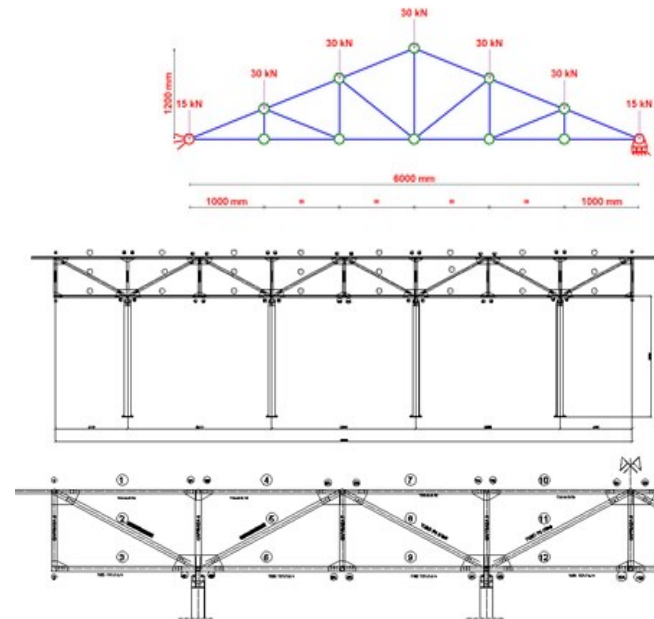


TRAVATURE RETICOLARI

Si definiscono **TRAVATURE RETICOLARI** quelle strutture costituite da un insieme di aste collegate fra loro in alcuni punti (detti "nodi") in modo che il complesso risulti indeformabile .

I nodi, che costituiscono i punti di collegamento fra le varie aste, sono, nella pratica giunzioni rigide ottenute per saldatura o per bullonatura . Lo studio teorico della struttura si semplifica notevolmente se si suppone che in ogni nodo sia costituito da una cerniera ideale.





L'intera struttura risulterà indeformabile solamente se le **aste** ed i relativi **nodi** saranno in **numero sufficiente** e **disposti in modo opportuno** per impedire qualsiasi movimento.

Generalizzando ne segue che per avere un sistema indeformabile deve risultare che:

$$a = 2 \cdot n - 3$$

a : numero di aste

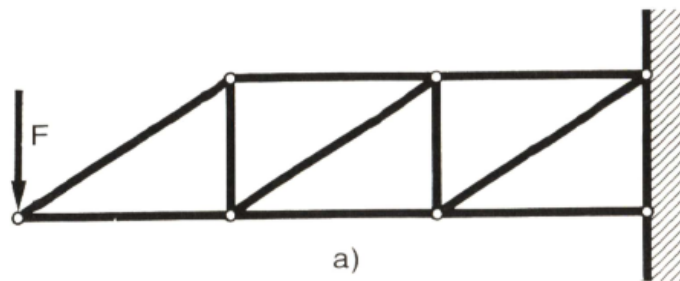
n : numero dei nodi

$$a = 2 \cdot n - 3$$

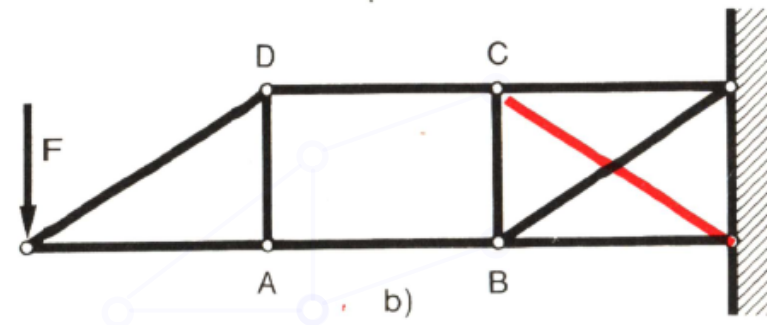
a : numero di aste

n : numero dei nodi

Questa condizione non è sufficiente ad assicurare l'indefornabilità della struttura se le aste non sono disposte in modo opportuno, tali cioè da non risultare sovrabbondanti in qualche parte della travatura, scarseggiando contemporaneamente in un'altra.



a) posizione corretta



b) posizione errata

Una seconda semplificazione, introdotta nello studio delle travi reticolari, riguarda la disposizione dei carichi applicati; si suppone che essi agiscano concentrati nei nodi della struttura stessa.

Le ipotesi semplificative fin qui fatte (**1) nodi articolati** , **2) carichi applicati sui nodi**) semplificano lo studio delle strutture reticolari;

ogni asta infatti (articolata con due cerniere alle estremità e scarica su tutta la sua lunghezza) sarà sollecitata solo da una forza avente per retta d'azione il suo asse longitudinale.

Le aste risulteranno quindi TESE o COMPRESSE e di conseguenza costituiranno un insieme di tiranti o di puntoni.

tiranti (le sue estremità tendono ad allontanarsi) puntoni (le sue estremità tendono ad avvicinarsi)



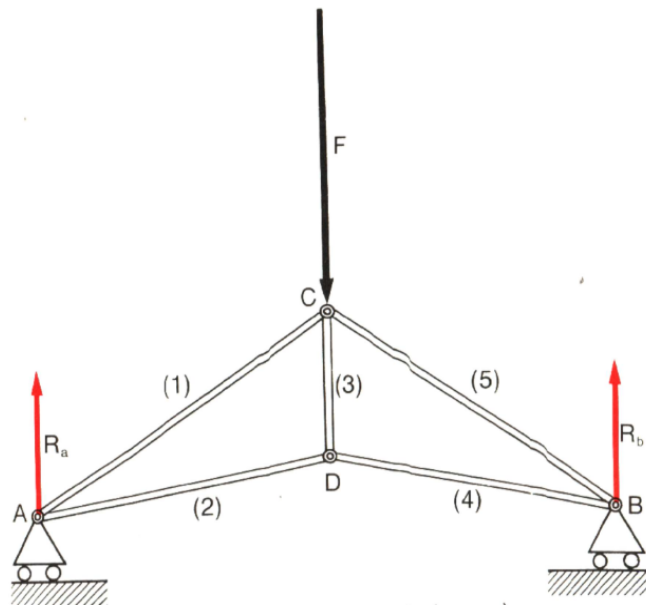
Il problema è così ricondotto alla determinazione degli sforzi (S) che si sviluppano nelle singole aste in funzione delle forze esterne (F) e delle reazioni dei vincoli (R).

Ovviamente il numero degli sforzi incogniti eguaglia il numero delle aste presenti nella struttura; il problema potrebbe essere risolto con l'impiego delle equazioni generali della statica applicate ad ogni nodo della travatura, ma risulterebbe molto laborioso, in considerazione del numero dei nodi talvolta notevole.

Si preferisce usare procedimenti particolarmente adatti al tipo di travatura in esame; esponiamo i metodi più comuni.

Vediamo ora qualche metodo utilizzato.

EQUILIBRIO DEI NODI



$$a = 2 \cdot n - 3$$

$$a=5$$

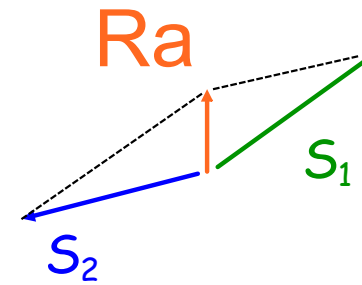
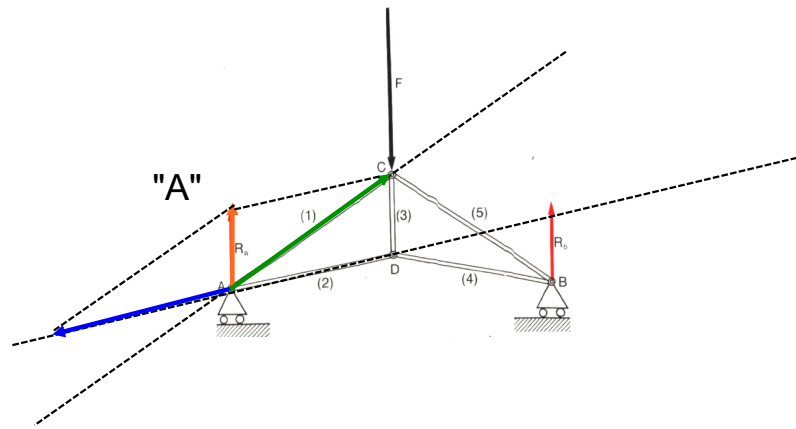
$$n=4$$

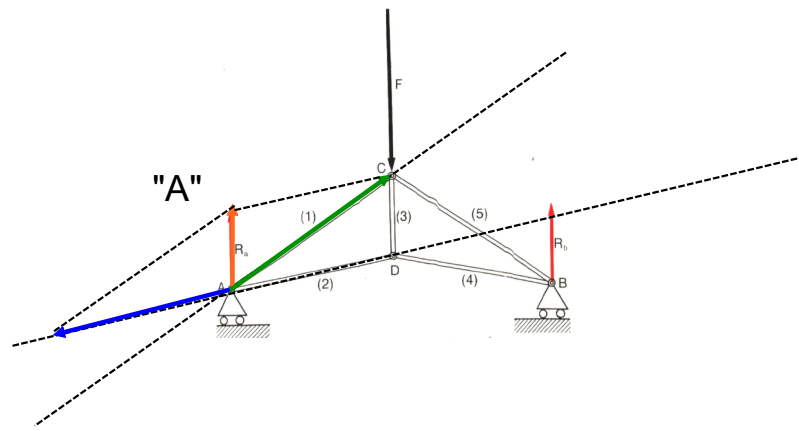
$$5 = 2 \cdot 4 - 3 \longrightarrow \text{OK!}$$

travatura ISOSTATICA

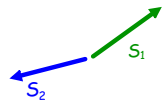
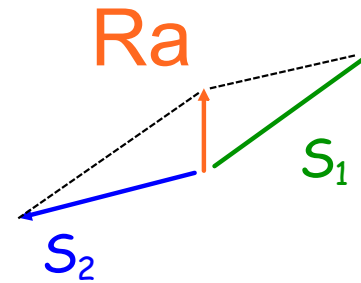
Ogni nodo è in equilibrio sotto l'azione delle forze esterne (carichi esterni, sforzi nelle aste, etc..) che vi concorrono; per ogni nodo si può quindi effettuare la scomposizione della forza nota (o delle forze note) nelle direzioni individuate dalle aste stesse (e quindi degli sforzi incogniti) ivi connesse.

EQUILIBRIO RELATIVO AL NODO "A"





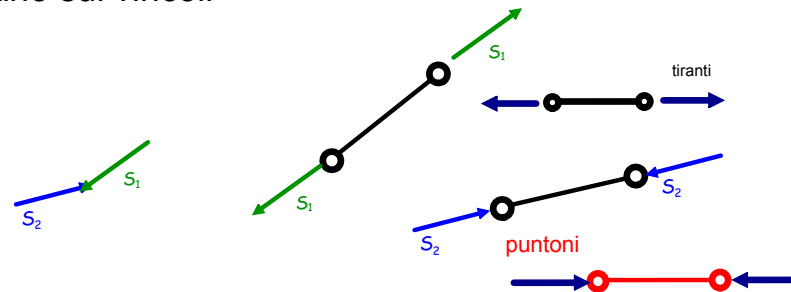
EQUILIBRIO RELATIVO AL NODOA"

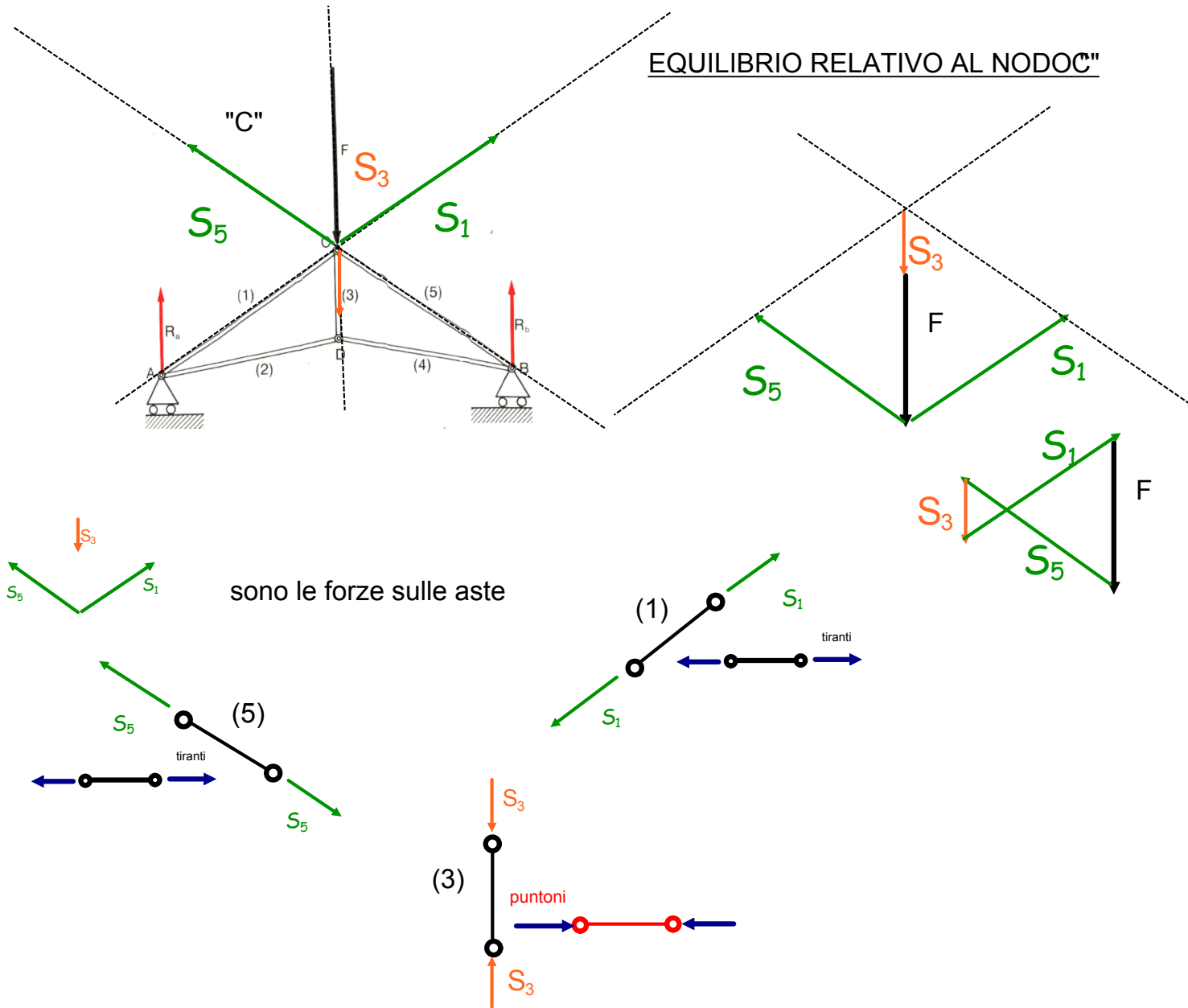


sono le forze che le aste esercitano sui vincoli

per il principio di azione e reazioni

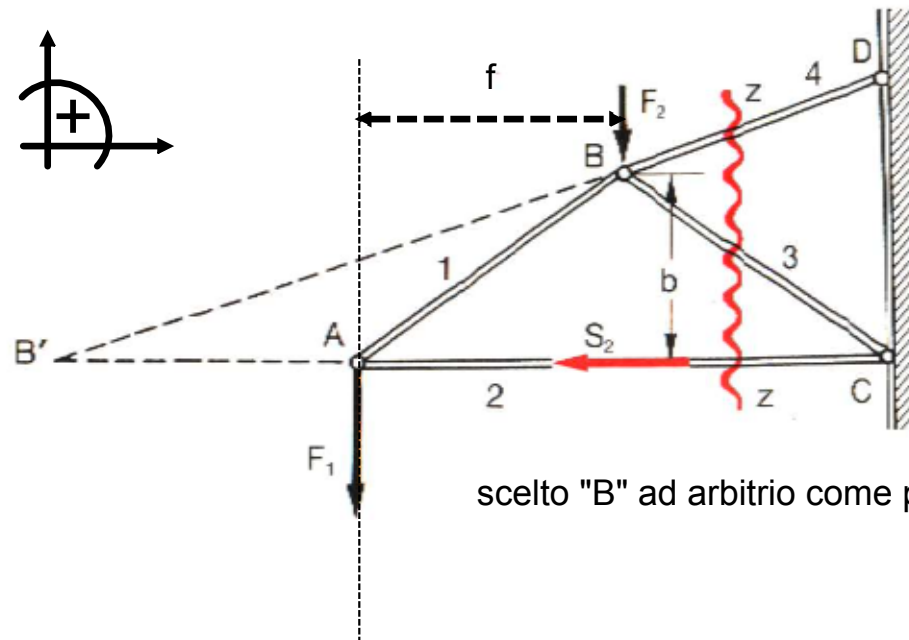
le forze che i vincoli esercitano sulle aste sono





METODO DI RITTER

E' un metodo analitico che sfrutta l'equilibrio dei momenti di tutte le forze agenti (comprese le reazioni dei vincoli e gli sforzi incogniti) rispetto ad un punto del piano.



scelto "B" ad arbitrio come polo risulta:

$$\sum_B -F_1 \cdot f + S_2 \cdot b = 0 \longrightarrow S = \frac{F_1 \cdot f}{b}$$

Supponiamo una sezione ideale (z-z) che taglia tre aste non concorrenti in un punto; in tale ipotesi, il trono di sinistra dovrà essere in equilibrio sotto l'azione dei carichi esterni e degli sforzi incogniti che le aste tagliate trasmettono alla rimanente parte della struttura.

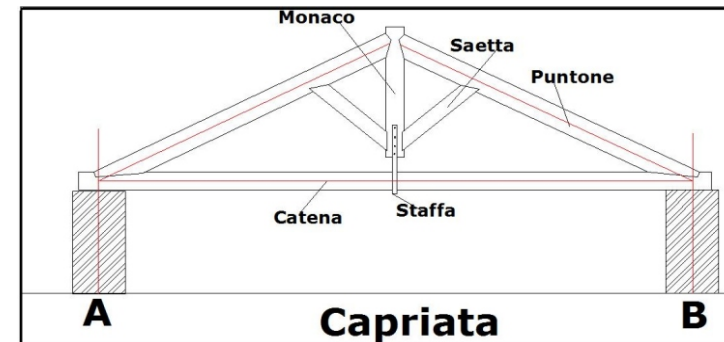
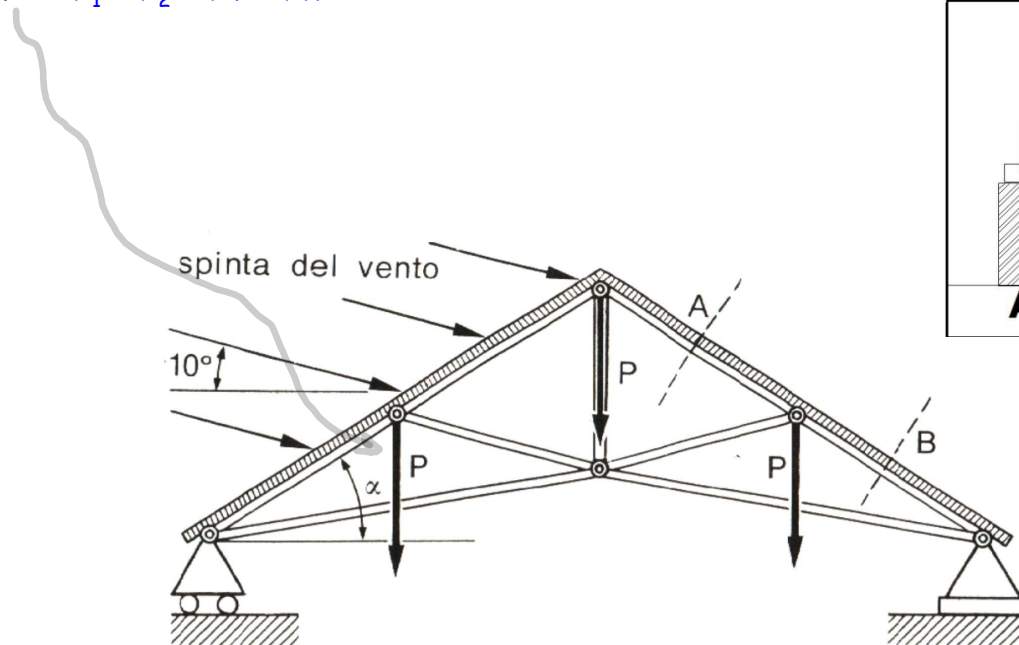
Scelto quindi ad arbitrio un punto del piano dovrà essere nulla la sommatoria dei momenti delle forze esterne e degli sforzi incogniti S_2 , S_3 ed S_4 rispetto a detto punto.

CONSIDERAZIONI SUI CARICHI APPLICATI

Nel caso più comune di una capriata coperta, si considera applicato in ciascun nodo il peso (P_1) della copertura compresa fra le mezzerie A e B delle aste che precedono e seguono il nodo considerato; a questo si può aggiungere il peso (P_2) delle aste stesse (comprese nel medesimo intervallo), la spinta del vento (P_v) sulla copertura e l'eventuale peso della neve (P_n).

[esempio spinta del vento: $P_v = V \cdot \sin^2(\alpha + 10^\circ)$ con V spinta del vento]

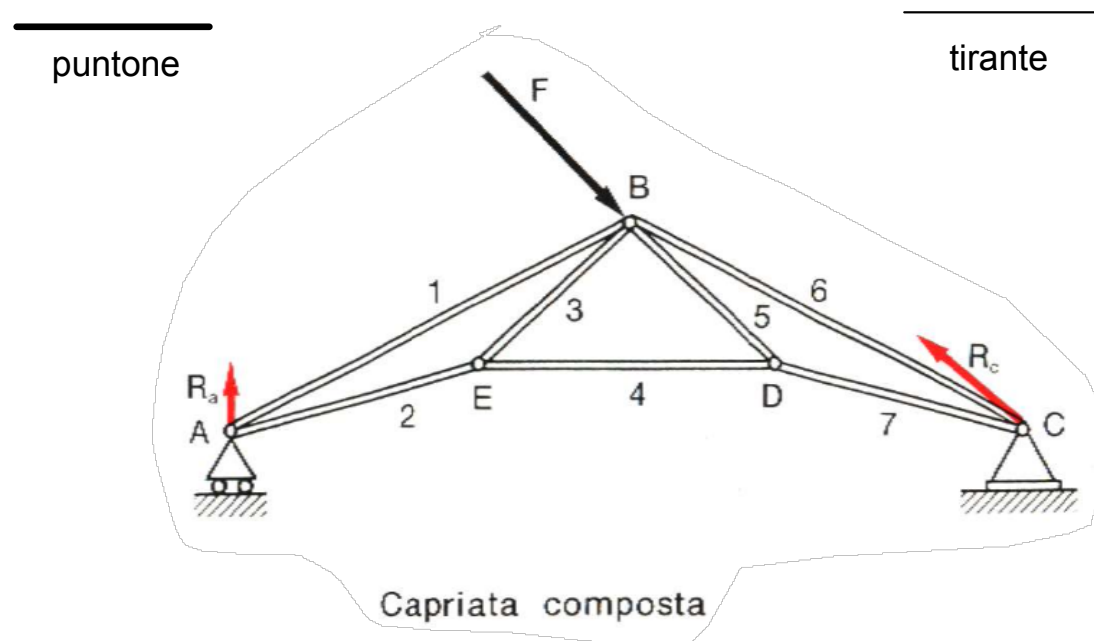
$$P = P_1 + P_2 + P_v + P_n$$

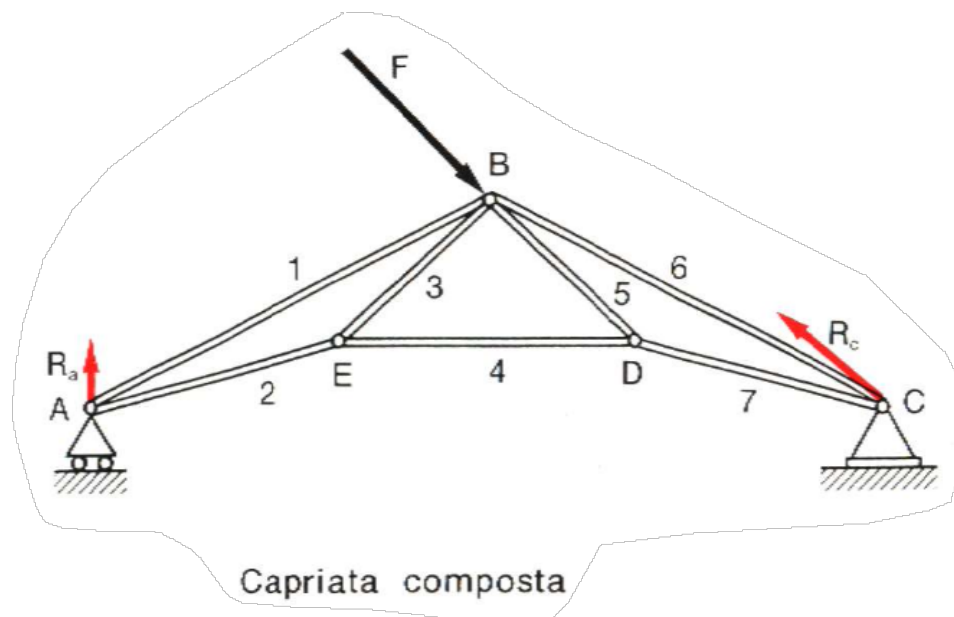


IL DIAGRAMMA DI CREMONA o METODO CREMONIANO

Il procedimento basato sull'equilibrio dei nodi comporta la costruzione di tanti poligoni, quanti sono i nodi presenti nella struttura; il grafico può tuttavia essere semplificato se si considera che ogni poligono ha uno o più lati equipollenti (ad eccezione del verso) ai lati di altri poligoni. Si possono pertanto conglobare tutti i poligoni facendo coincidere i lati corrispondenti, ottenendo una figura unica che prende il nome di "diagramma di Cremona" o "cremoniano".

Nel cremoniano si indicano con un tratto marcato i puntone e con linea sottile i tiranti.

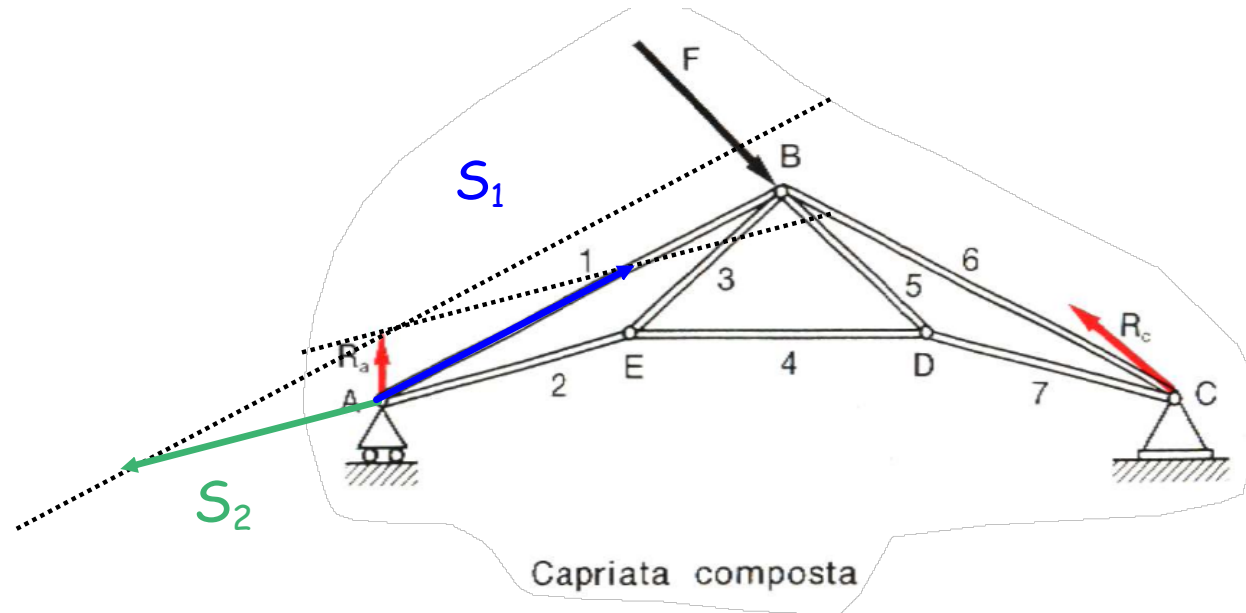




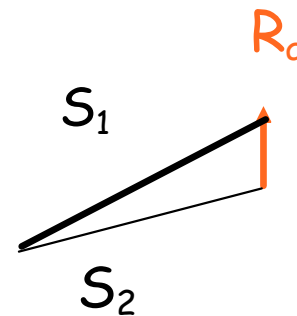
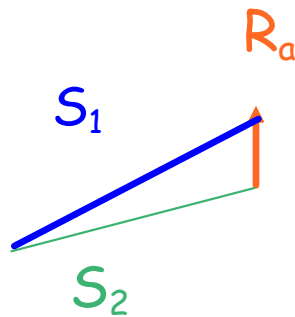
Note le reazioni vincolari (calcolo semplice dato per già acquisito) si inizia la costruzione del cremoniano riportando a parte i vettori rappresentanti le forze esterne, nello stesso ordine in cui si incontrano percorrendo il contorno della struttura in un senso prestabilito.

1) si sceglie il senso di rotazione orario

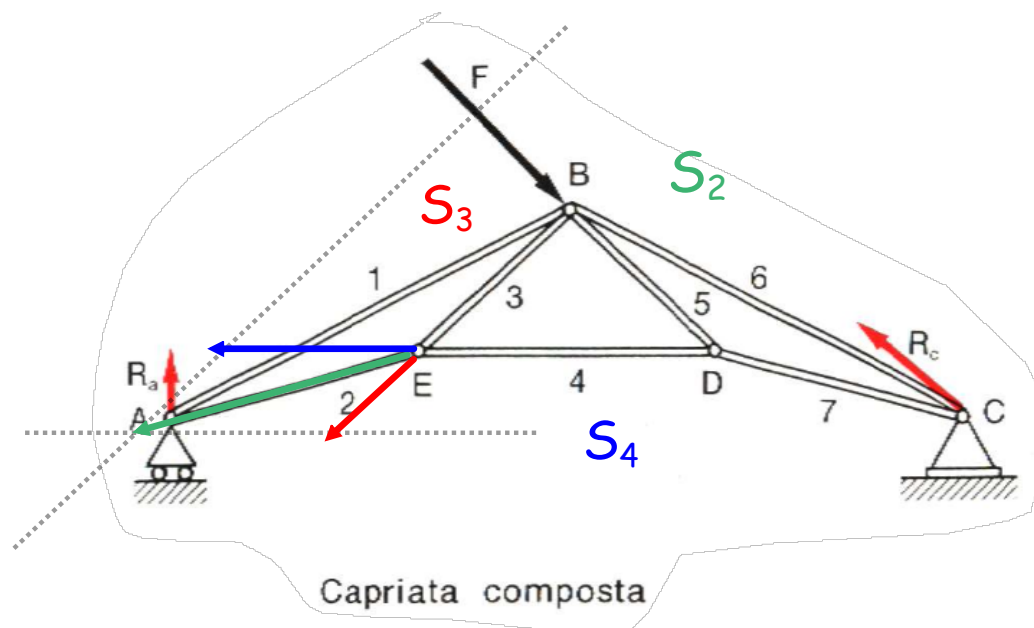
2) si inizia con il nodo "A" in cui concorrono le aste "1" e "2"



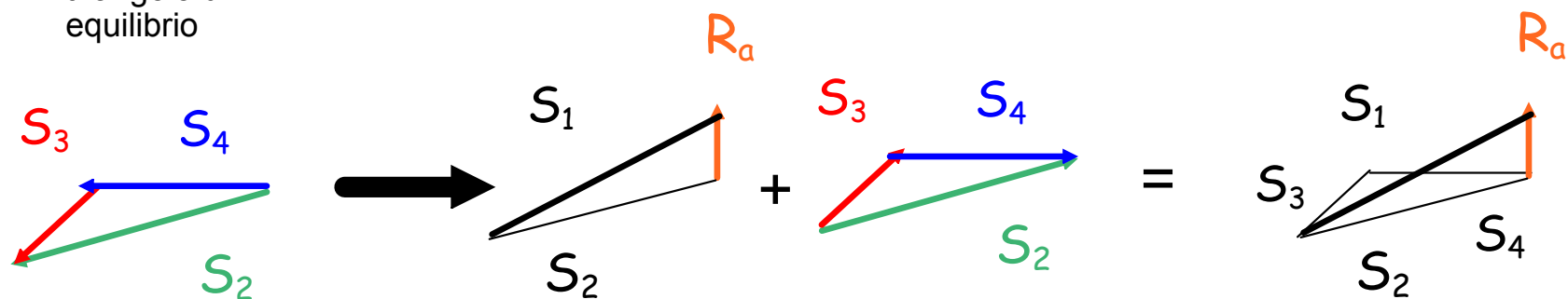
Si traccia il triangolo di equilibrio tracciando dagli estremi del vettore R_a le parallele alle aste sudette, nello stesso ordine in cui si incontrano ruotando intorno al nodo nel senso di rotazione già prescelto per la travatura.



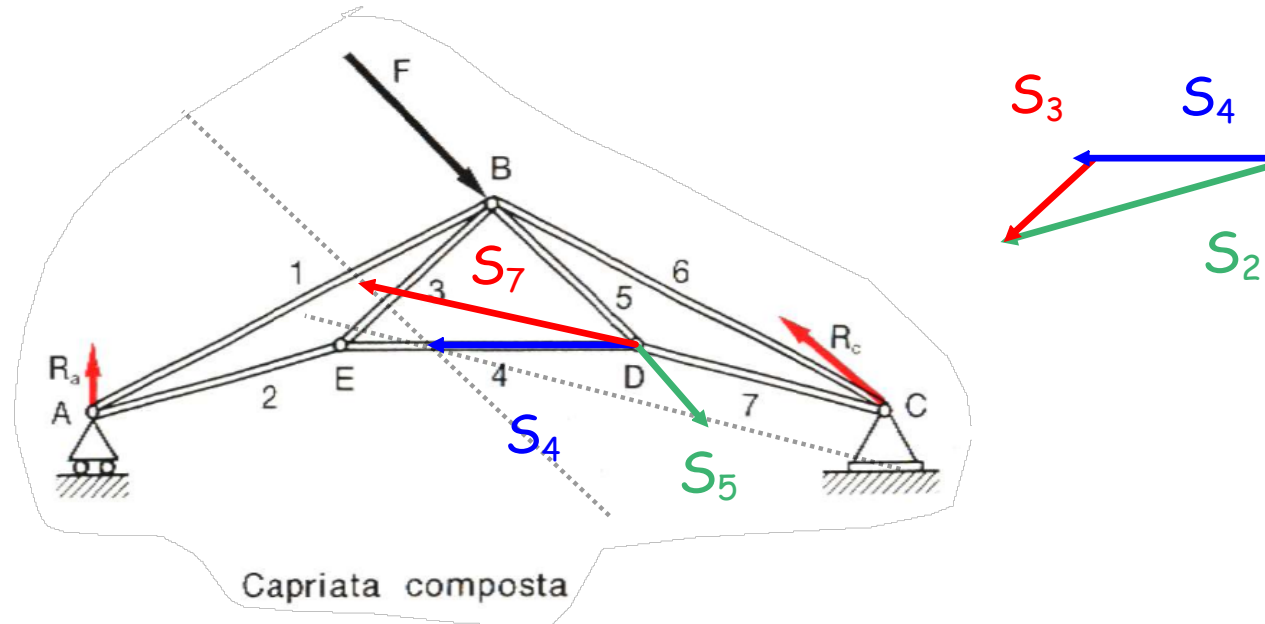
si passa al nodo "E"



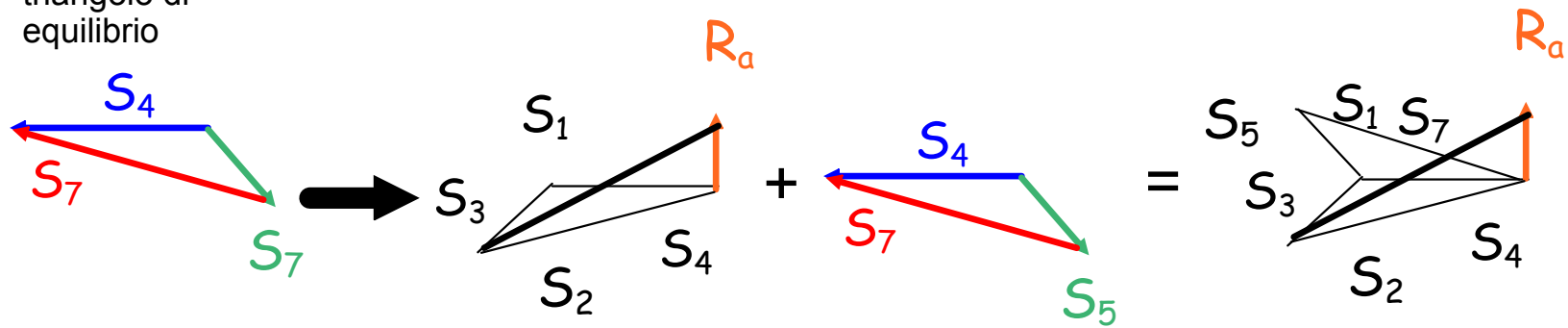
triangolo di equilibrio



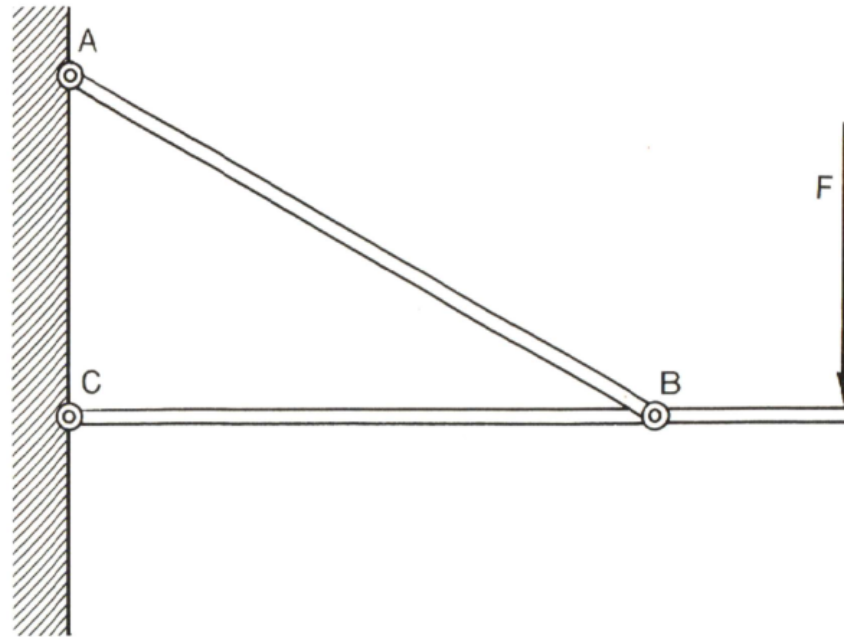
si passa al nodo "D"



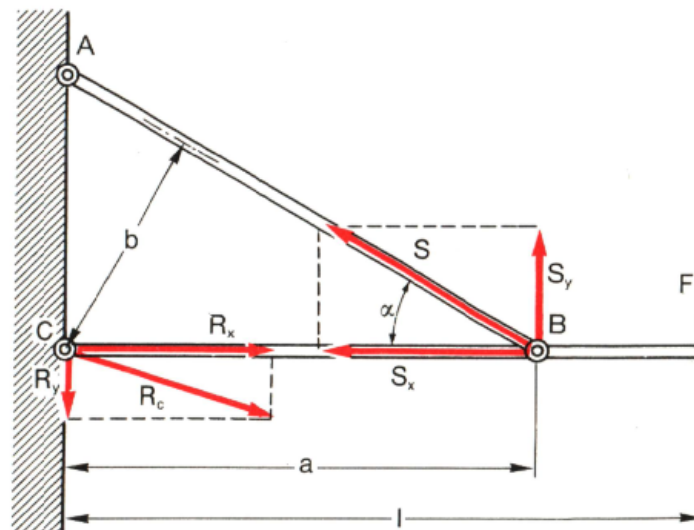
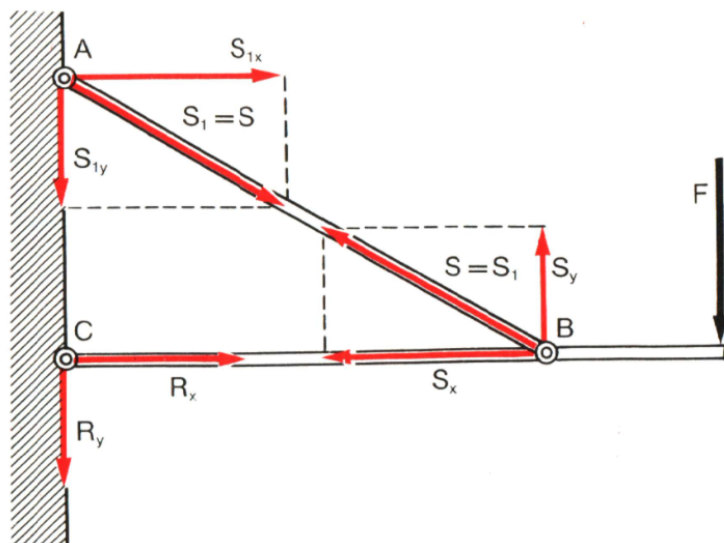
triangolo di equilibrio



STRUTTURA A 3 CERNIERE

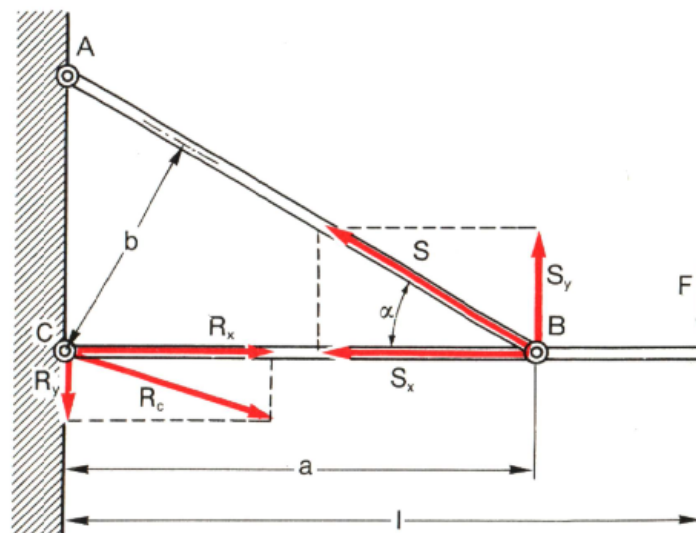
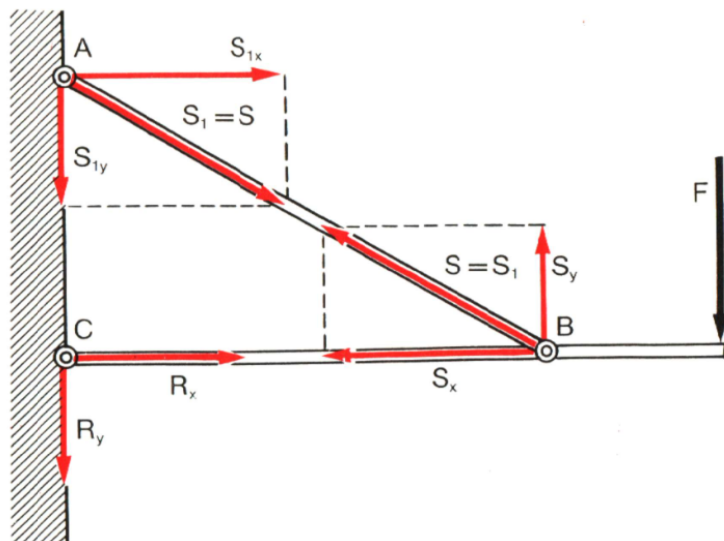


Trovare le reazioni vincolari e gli sforzi sulle aste.



procedimento :

- 1) si individua l'asta scarica, si segna la reazione (S) applicata nella cerniera "B" e diretta secondo l'asta stessa
- 2) nella cerniera "C" che collega la trave carica alla parete, si segnano le due consuete reazioni (R_x ed R_y) rispettivamente orizzontale e verticale
- 3) si annulla la sommatoria dei momenti rispetto al punto "C", eliminando così le due incognite R_x e R_y che, rispetto a tale punto, hanno momenti nulli; si ottiene;



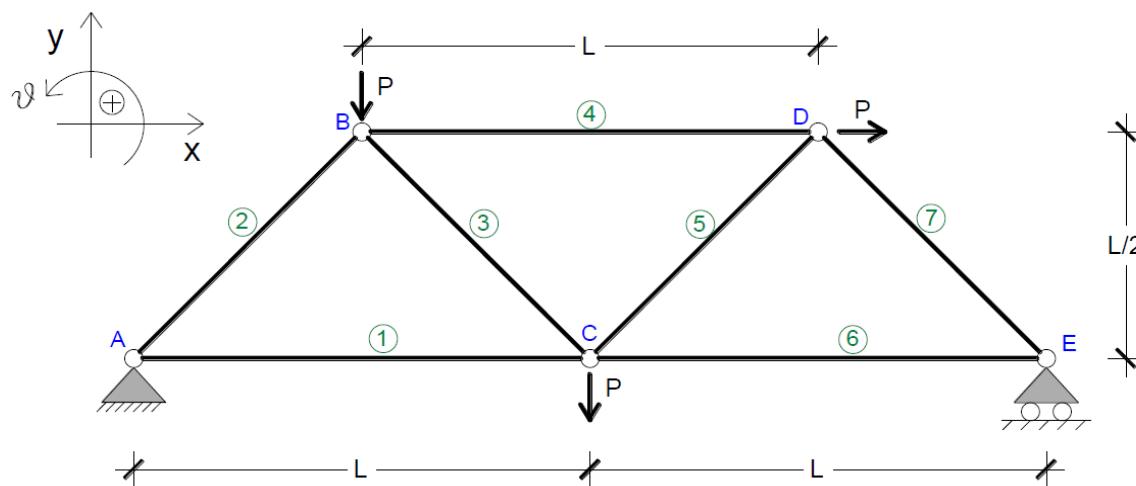
$$\sum_C F \cdot l - S \cdot b = 0$$

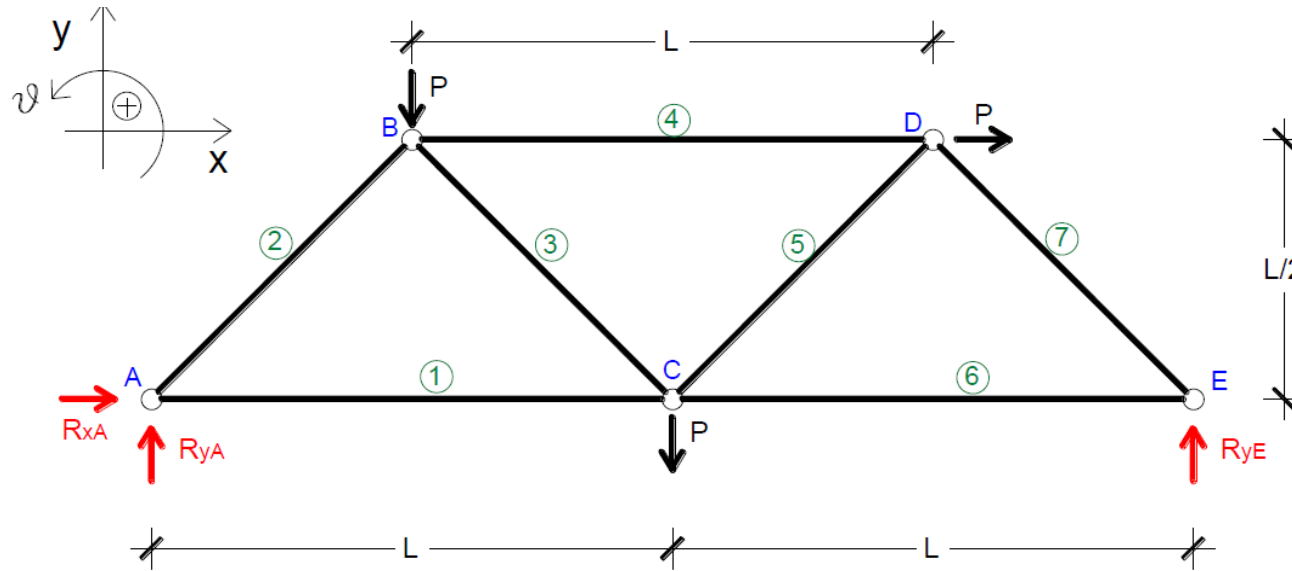
$$b = a \cdot \text{sen}(\alpha)$$

$$S = \frac{F \cdot l}{a \cdot \text{sen}(\alpha)}$$

ESERCIZIO "A"

Data la travatura reticolare piana triangolata semplice , determinare gli sforzi normali nelle aste utilizzando i seguenti metodi: metodo dell'equilibrio ai nodi e metodo delle sezioni di Ritter

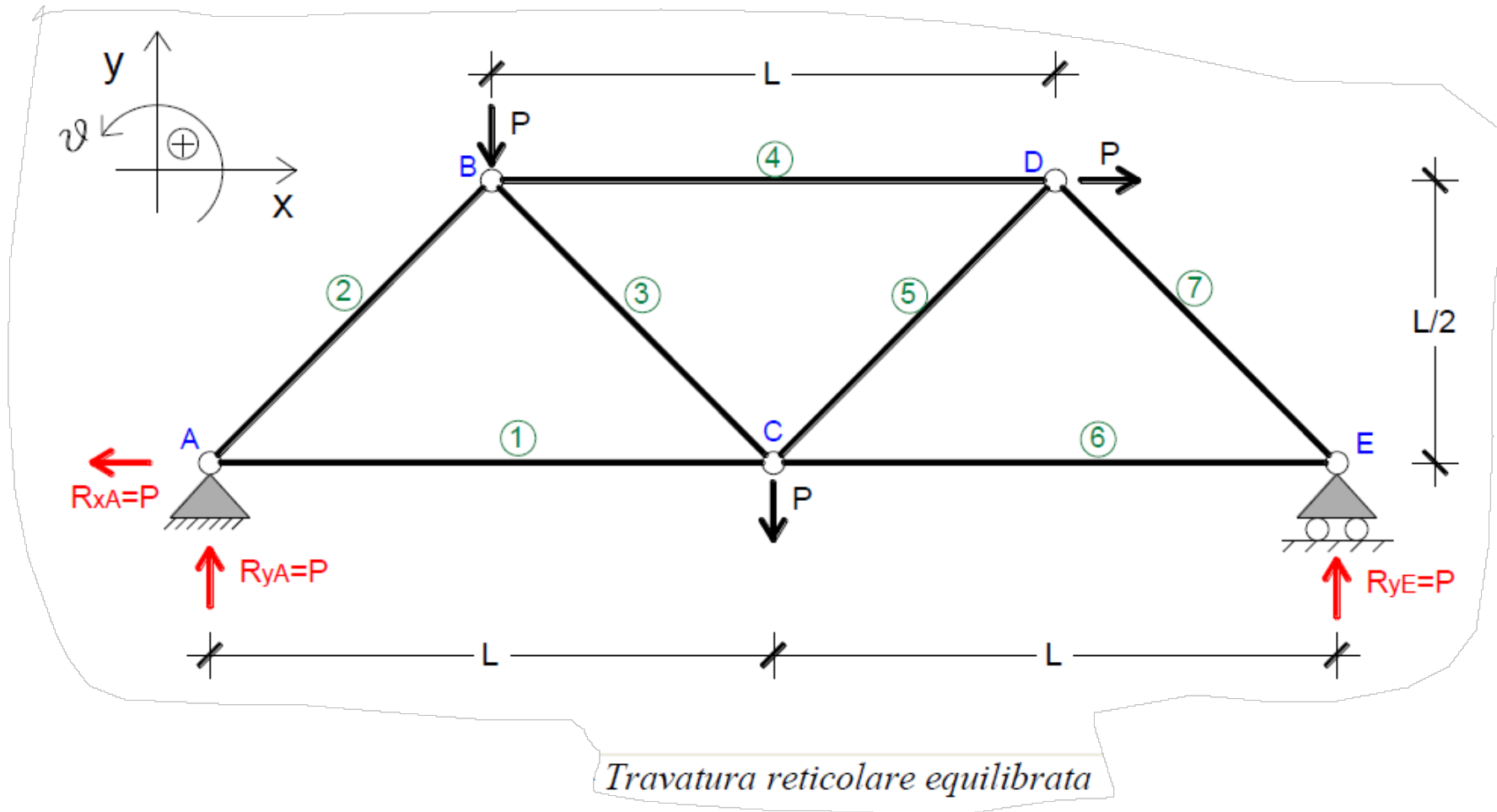


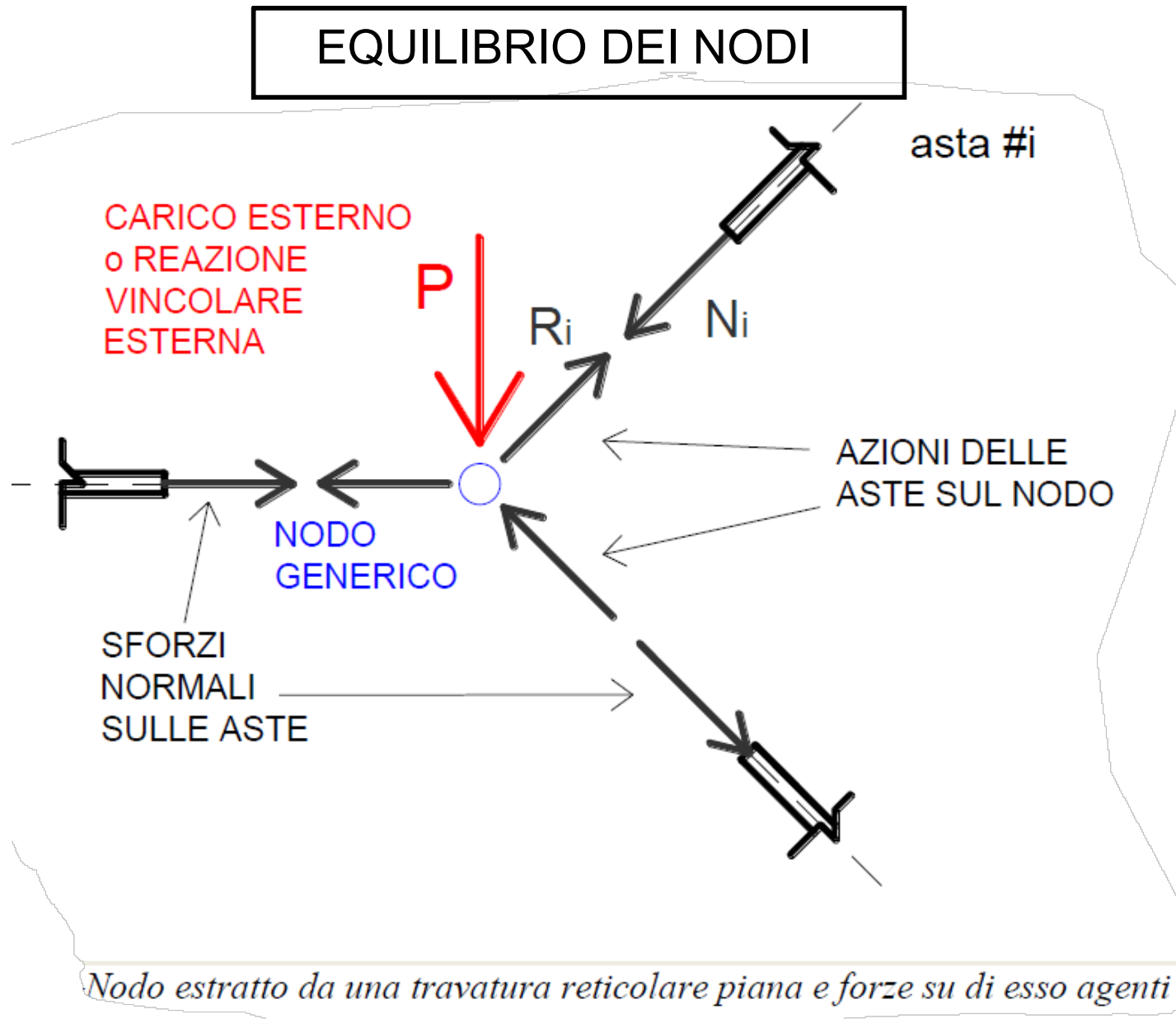


$$\sum F_x = 0 \Rightarrow P + R_{xA} = 0 \Rightarrow \boxed{R_{xA} = -P}$$

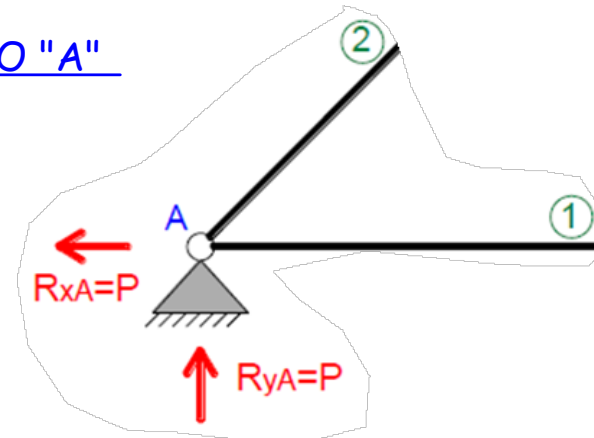
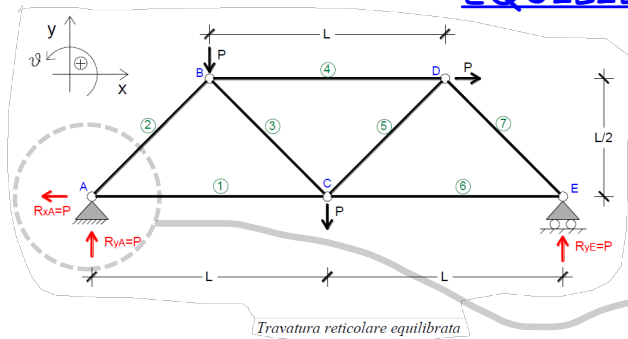
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -2P + R_{yA} + R_{yE} = 0 \Rightarrow R_{yA} = -R_{yE} + 2P \Rightarrow \boxed{R_{yA} = P}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow -P \cdot \frac{L}{2} - P \cdot \frac{L}{2} - P \cdot L + R_{yE} \cdot 2L = 0 \Rightarrow \boxed{R_{yE} = P}$$



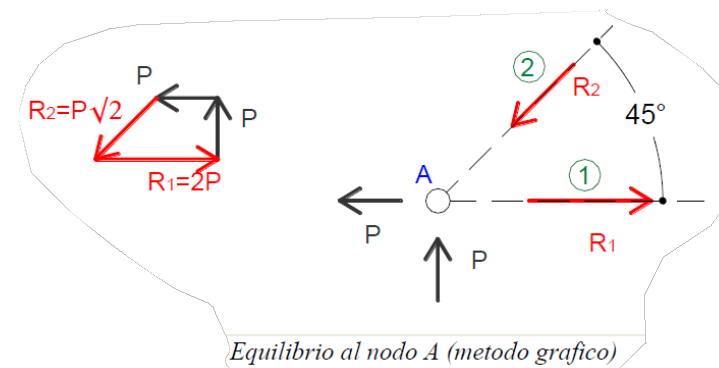
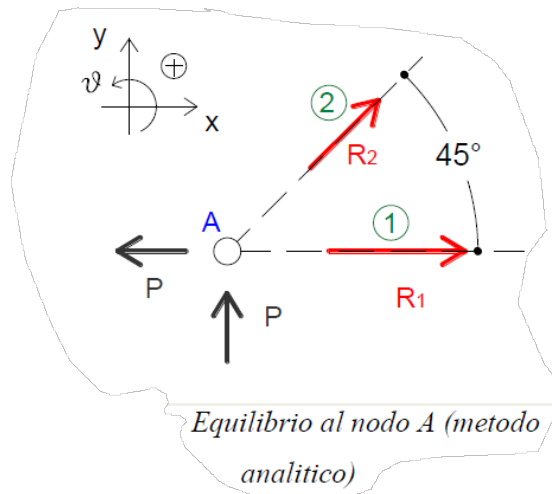


EQUILIBRIO AL NODO "A"



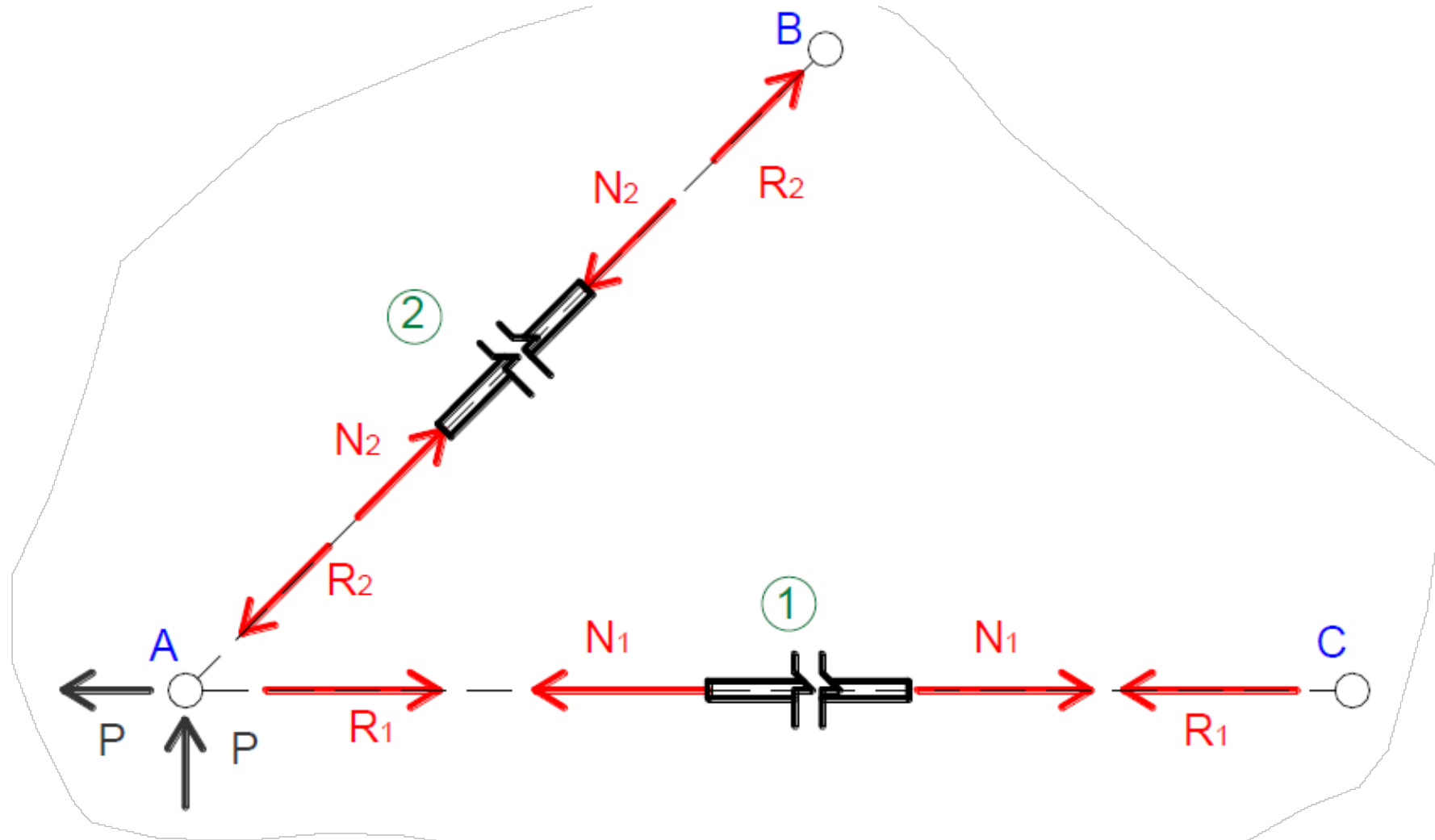
metodo ANALITICO

metodo GRAFICO



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -P + R_1 + R_2 \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow R_1 = P + P \frac{2}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{2}}{2} = 2P$$

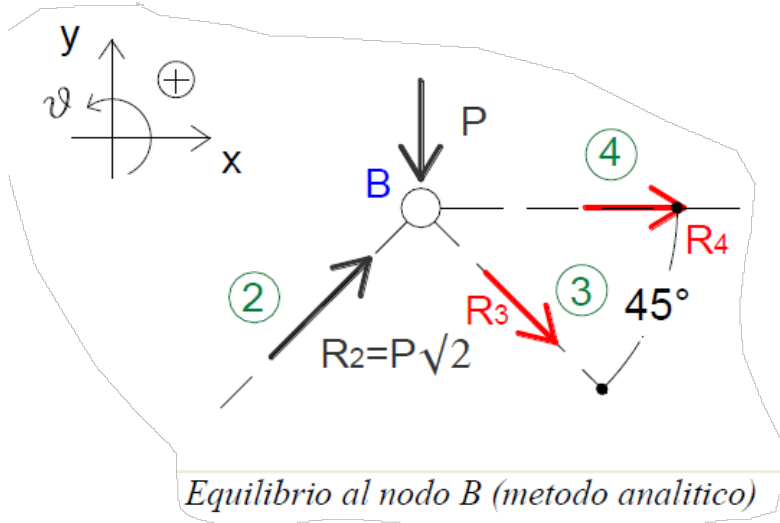
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow P + R_2 \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow R_2 = -P \frac{2}{\sqrt{2}} = -P\sqrt{2}$$



Azioni sul nodo A e sforzi nelle aste

EQUILIBRIO AL NODO "B"

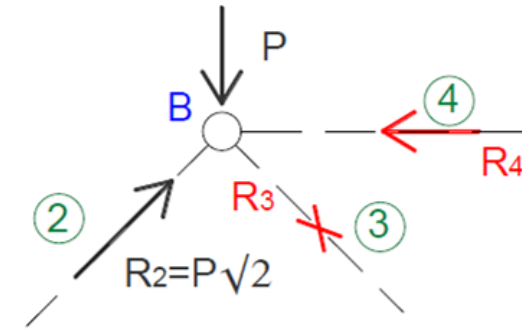
metodo ANALITICO



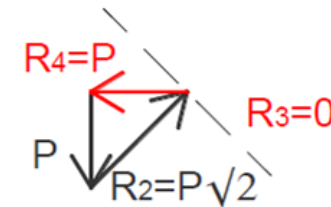
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow P\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2} + R_3\frac{\sqrt{2}}{2} + R_4 = 0 \Rightarrow P\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2} + R_4 = 0 \Rightarrow \boxed{R_4 = -P}$$

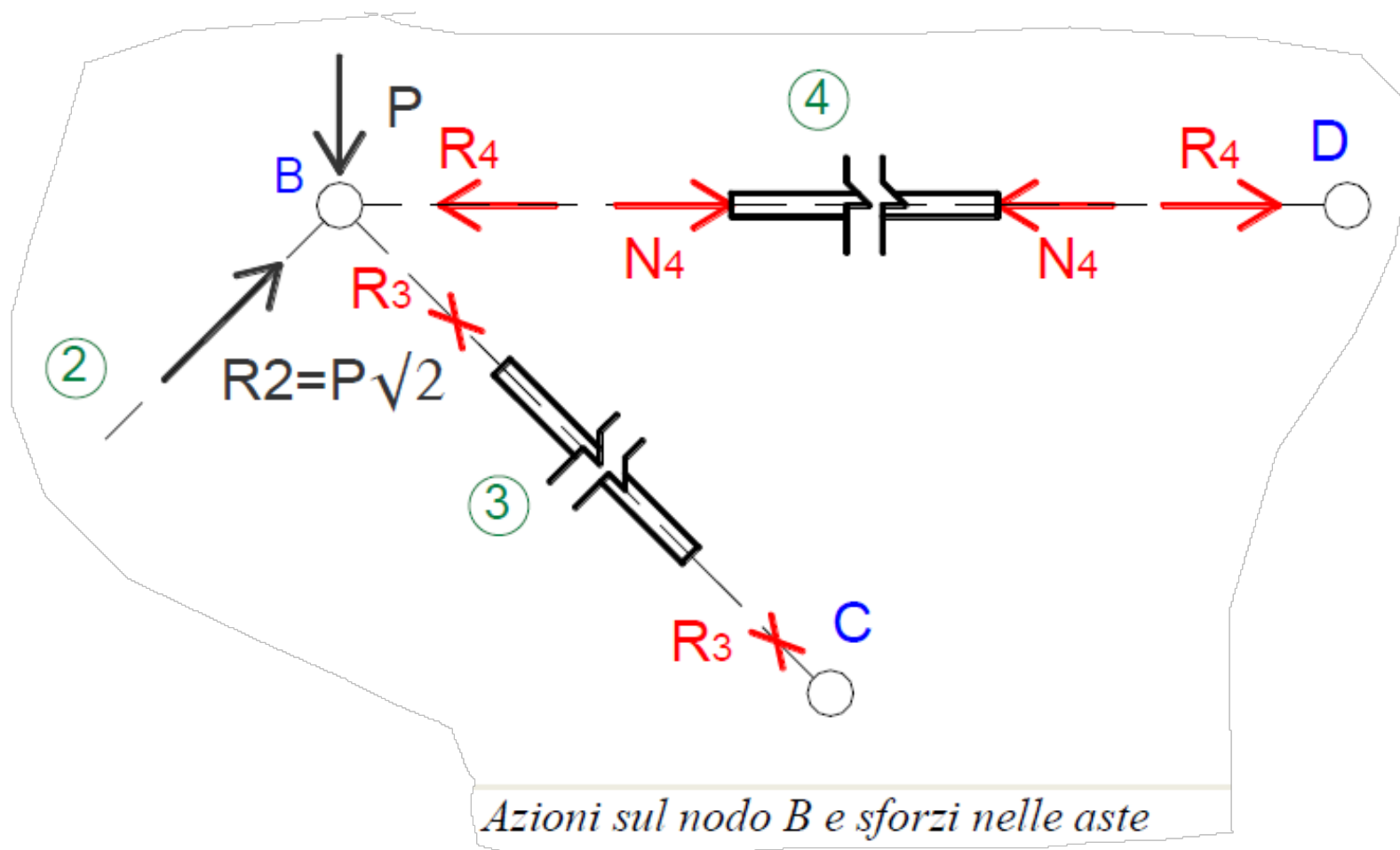
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow P\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2} - P - R_3\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow \boxed{R_3 = 0}$$

metodo GRAFICO



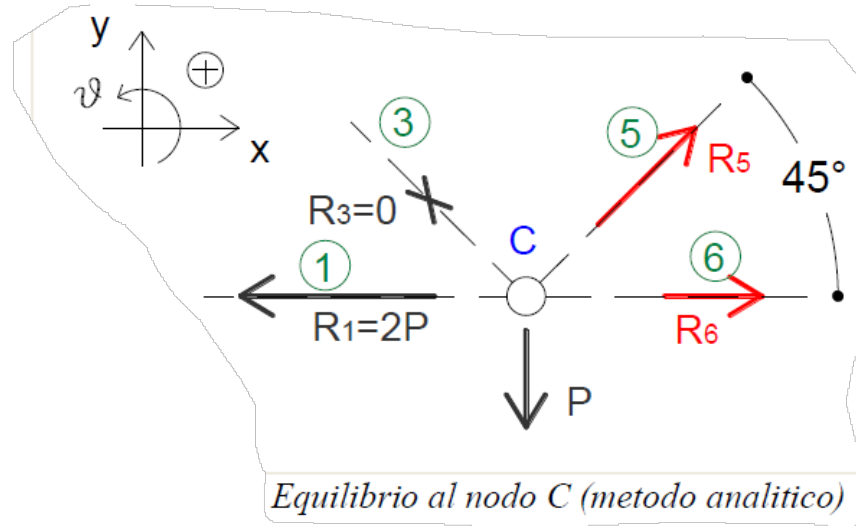
Equilibrio al nodo B (metodo grafico)





EQUILIBRIO AL NODO "C"

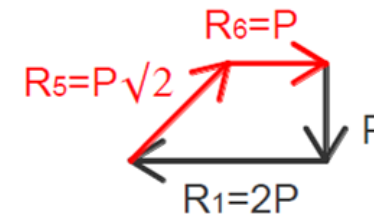
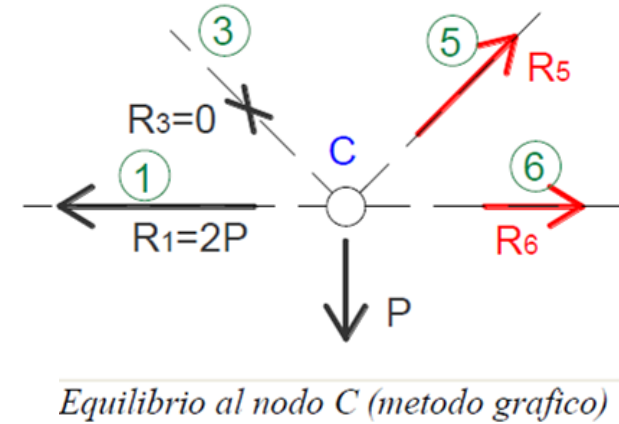
metodo ANALITICO

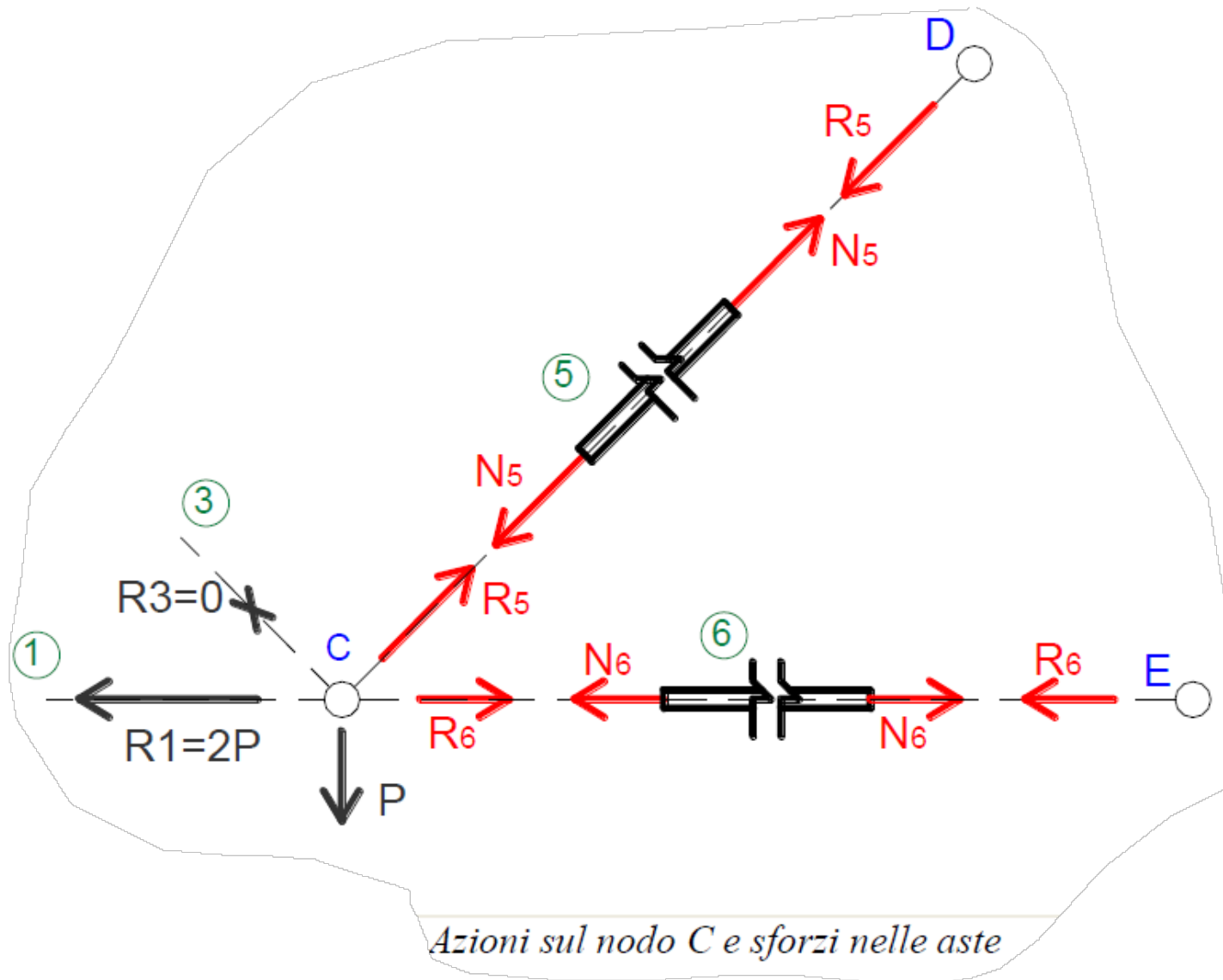


$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_6 + R_5 \frac{\sqrt{2}}{2} - 2P = 0 \Rightarrow R_6 = 2P - P \frac{2}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{2}}{2} = P$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_5 \frac{\sqrt{2}}{2} - P = 0 \Rightarrow R_5 = P \frac{2}{\sqrt{2}} = P\sqrt{2}$$

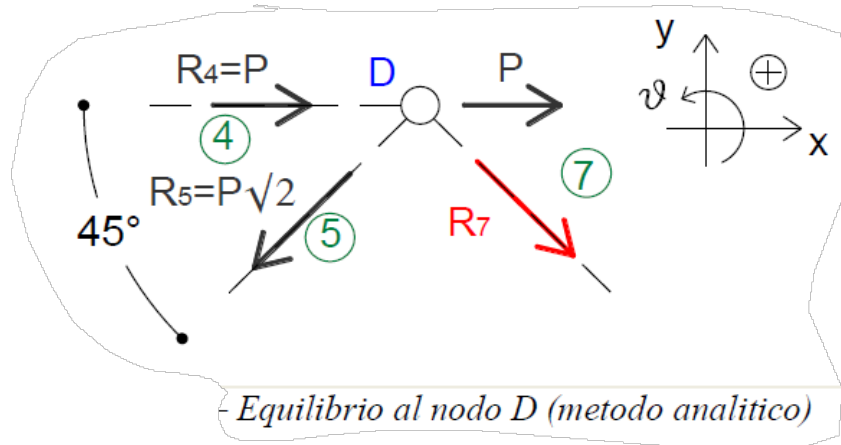
metodo GRAFICO





EQUILIBRIO AL NODO "D"

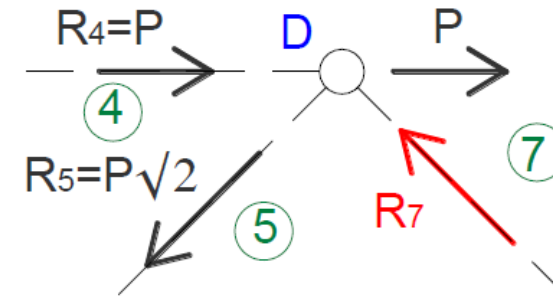
metodo ANALITICO



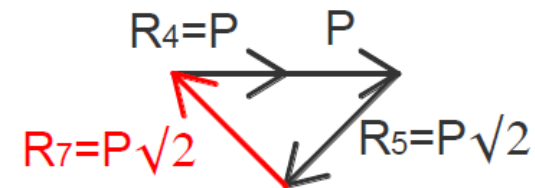
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow P + P - P\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2} + R_7\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow \boxed{R_7 = -(2P - P)\frac{2}{\sqrt{2}} = -P\sqrt{2}}$$

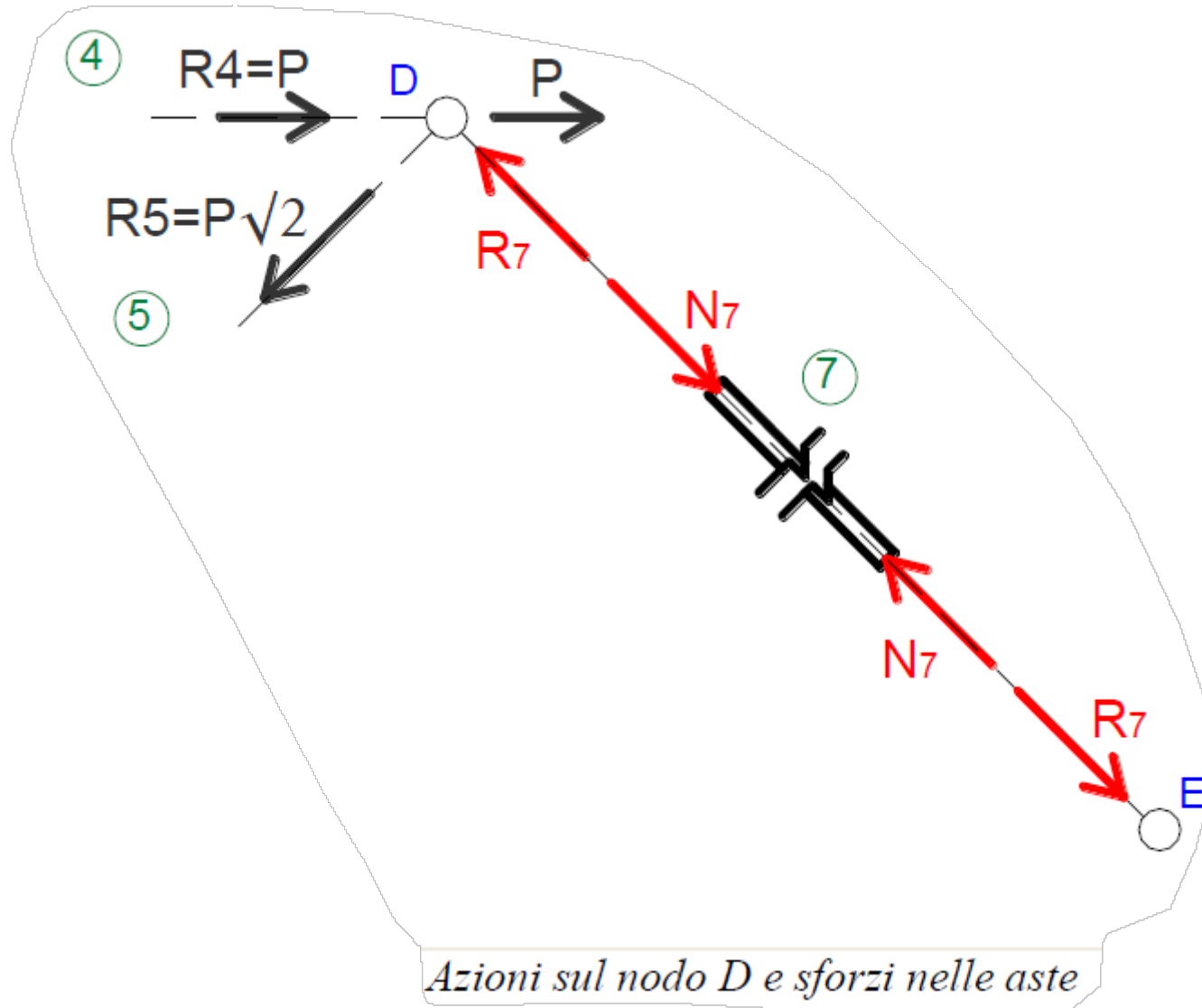
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -P\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2} - R_7\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow -P\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2} = -P\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2}$$

metodo GRAFICO



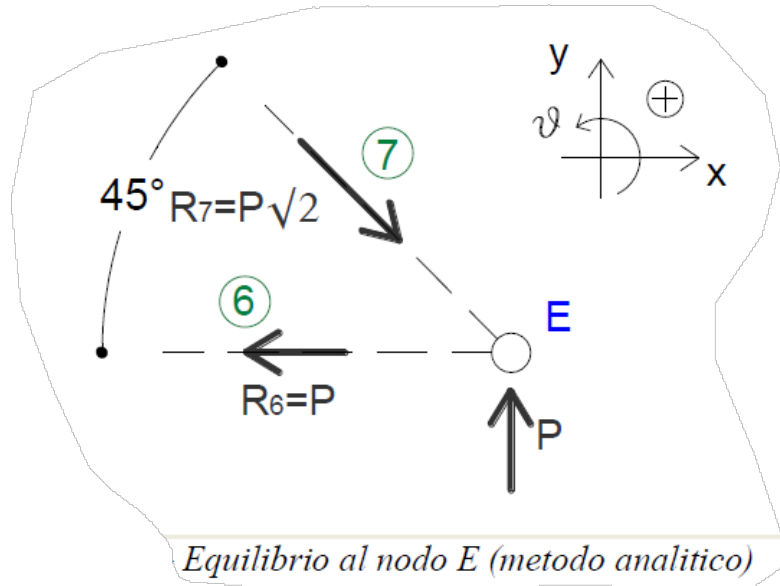
Equilibrio al nodo D (metodo grafico)





EQUILIBRIO AL NODO "E"

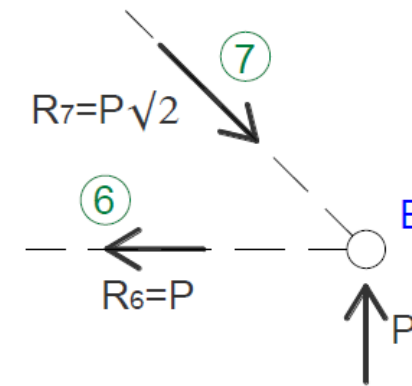
metodo ANALITICO



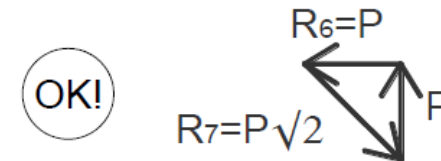
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_7 \frac{\sqrt{2}}{2} - R_6 = 0 \Rightarrow -P\sqrt{2} \frac{\sqrt{2}}{2} = -P \Rightarrow \boxed{P=P}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -R_7 \frac{\sqrt{2}}{2} + P = 0 \Rightarrow -P\sqrt{2} \frac{\sqrt{2}}{2} = -P \Rightarrow \boxed{-P=-P}$$

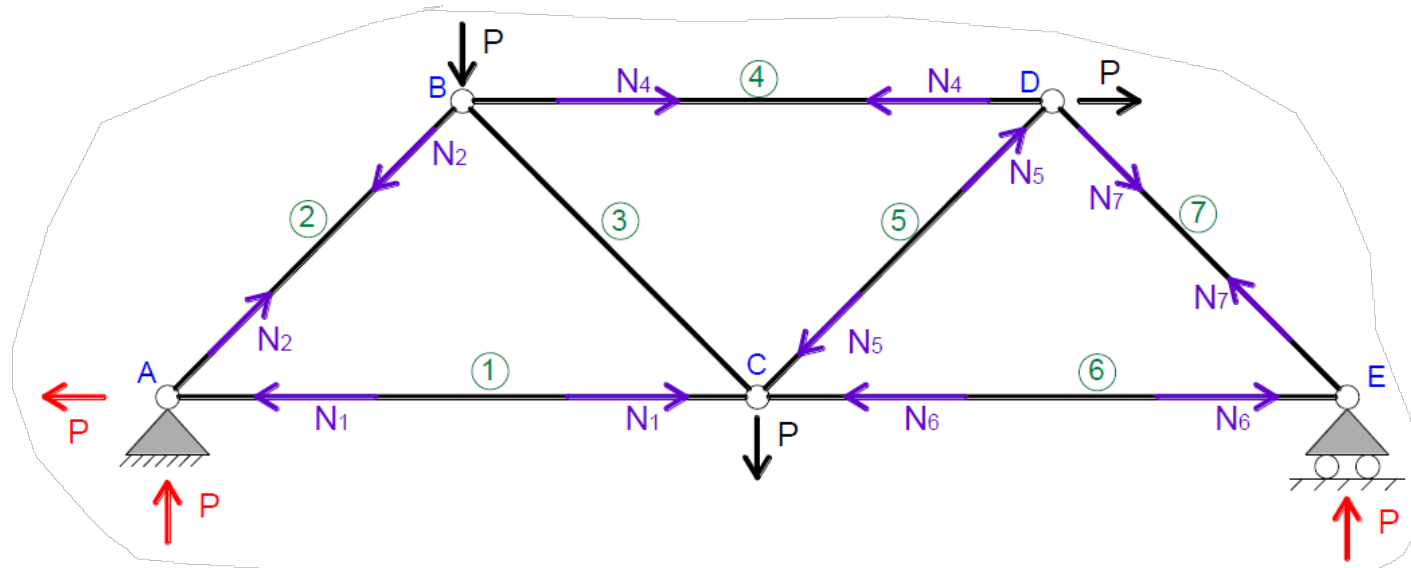
metodo GRAFICO



Equilibrio al nodo E (metodo grafico)



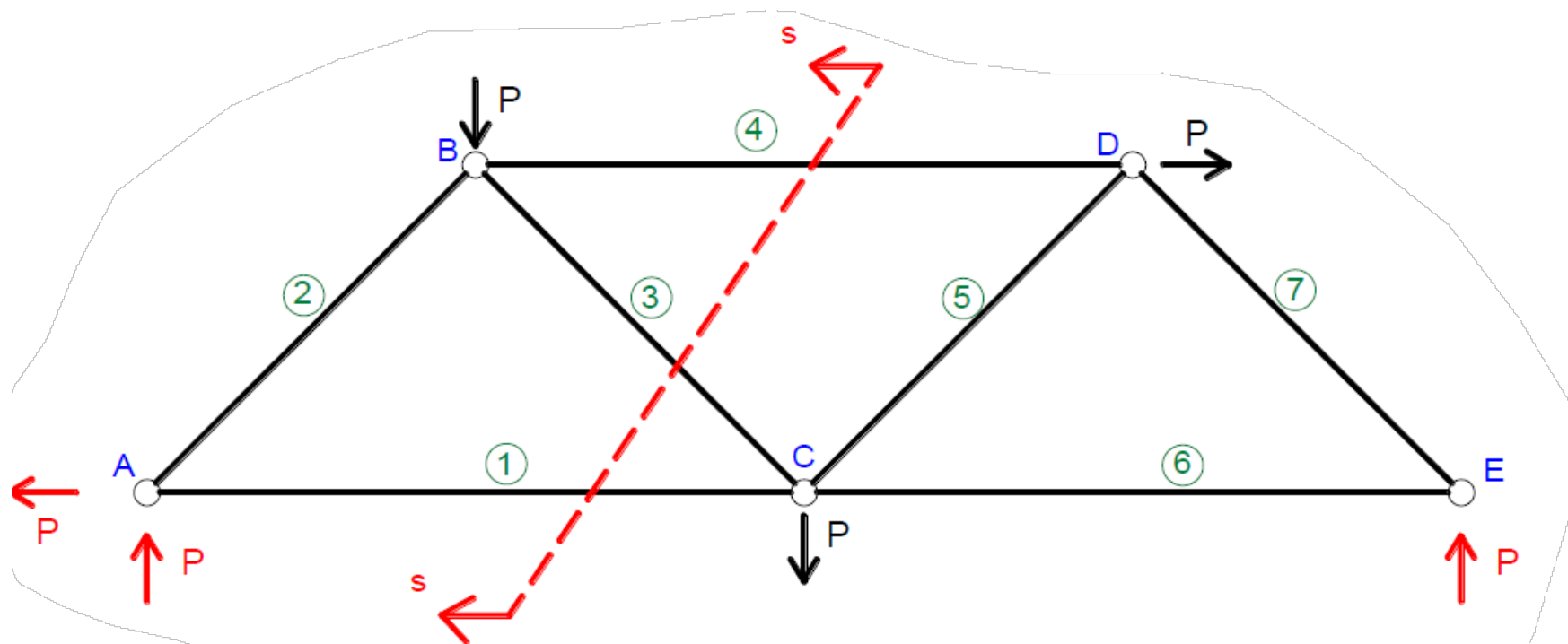
In definitiva gli sforzi normali nelle aste della travatura esaminata risultano:



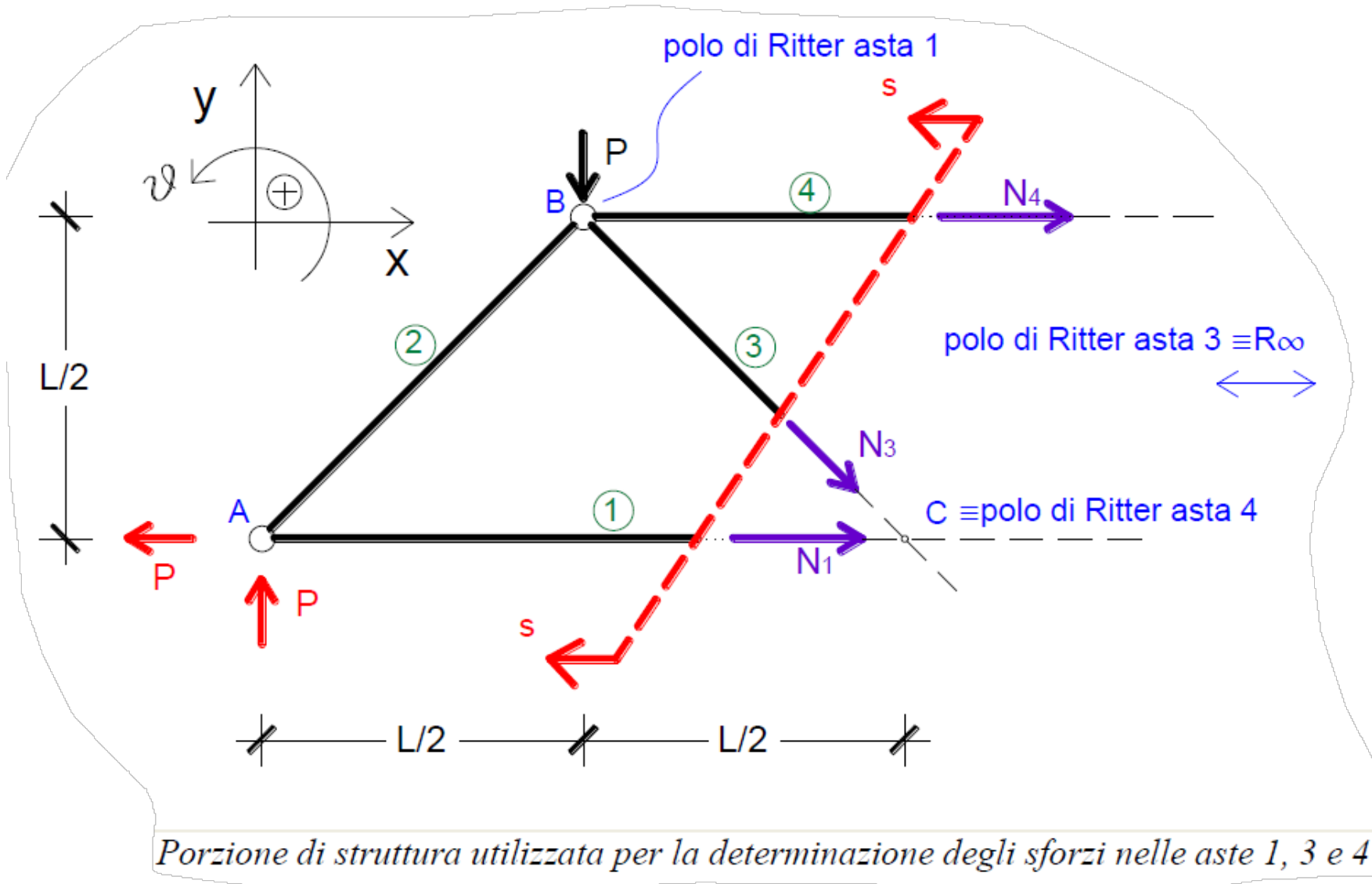
Asta	Sforzo normale	Comportamento
1	$N_1 = 2P$	TIRANTE
2	$N_2 = -P\sqrt{2}$	PUNTONE
3	$N_3 = 0$	/
4	$N_4 = -P$	PUNTONE
5	$N_5 = P\sqrt{2}$	TIRANTE
6	$N_6 = P$	TIRANTE
7	$N_7 = -P\sqrt{2}$	PUNTONE

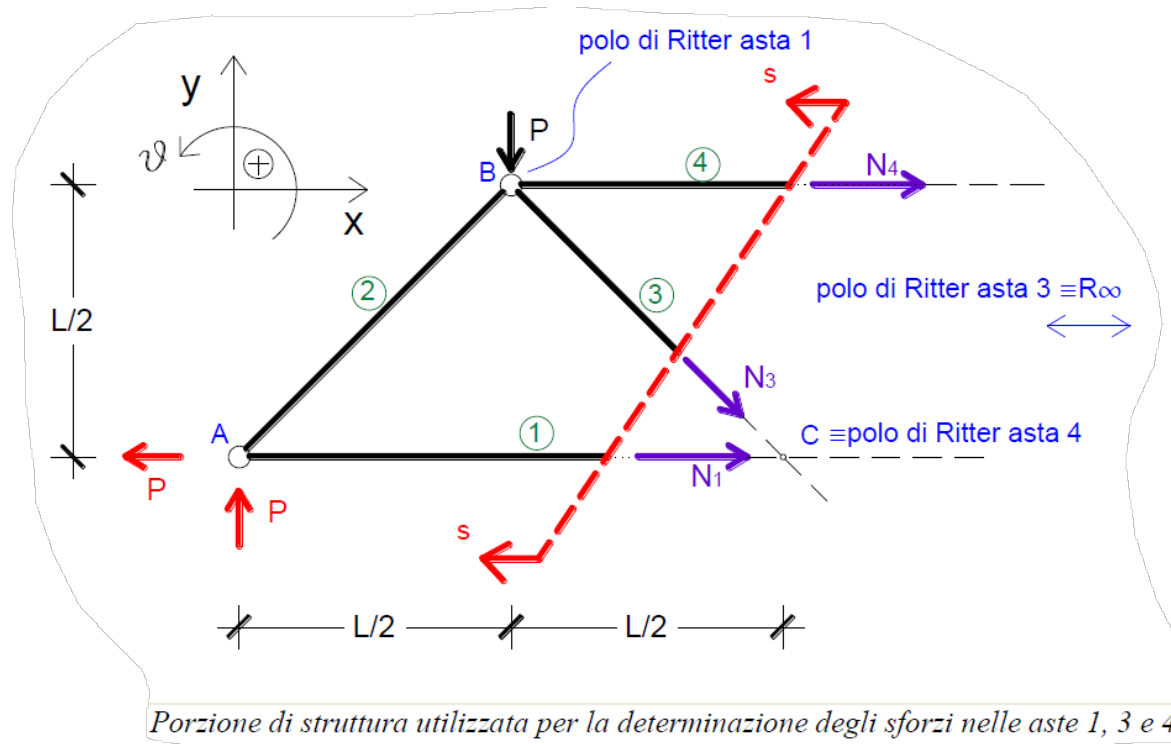
Sforzi normali nelle aste della travatura reticolare

METODO DI RITTER



Sezione di Ritter s-s utile per la determinazione degli sforzi nelle aste 1, 3 e 4



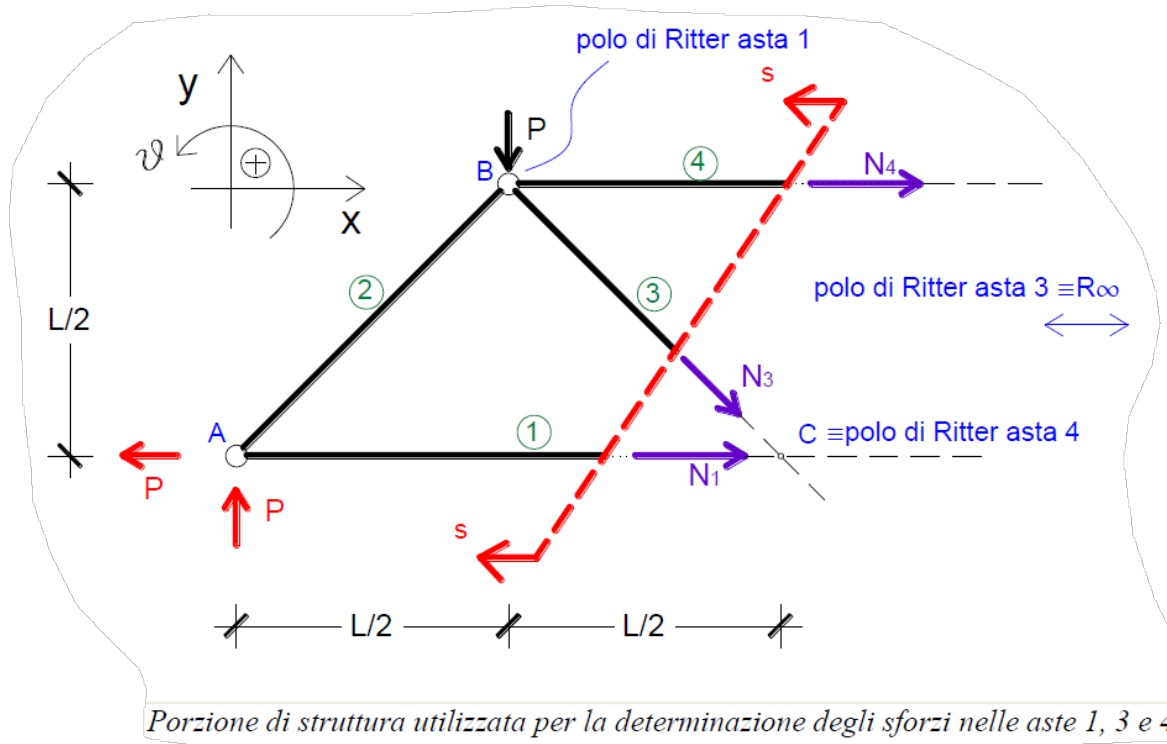


La condizione di equilibrio alla rotazione attorno a B fornisce lo sforzo N_1 sull'asta 1; si ha:

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow -P \frac{L}{2} - P \frac{L}{2} + N_1 \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow \boxed{N_1 = 2P}$$

La condizione di equilibrio alla traslazione in direzione verticale che permette la determinazione dello sforzo N_3 ; si ha:

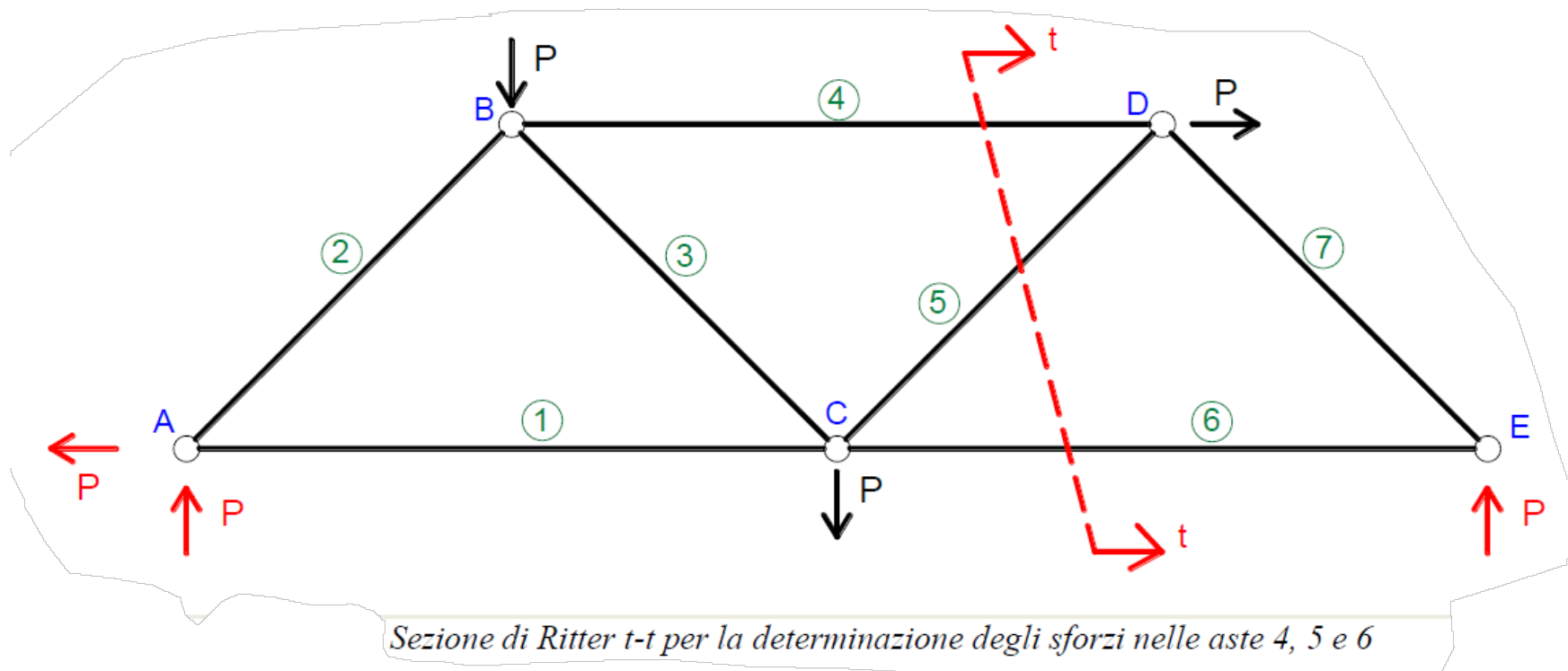
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow P - P - N_3 \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow \boxed{N_3 = 0}$$

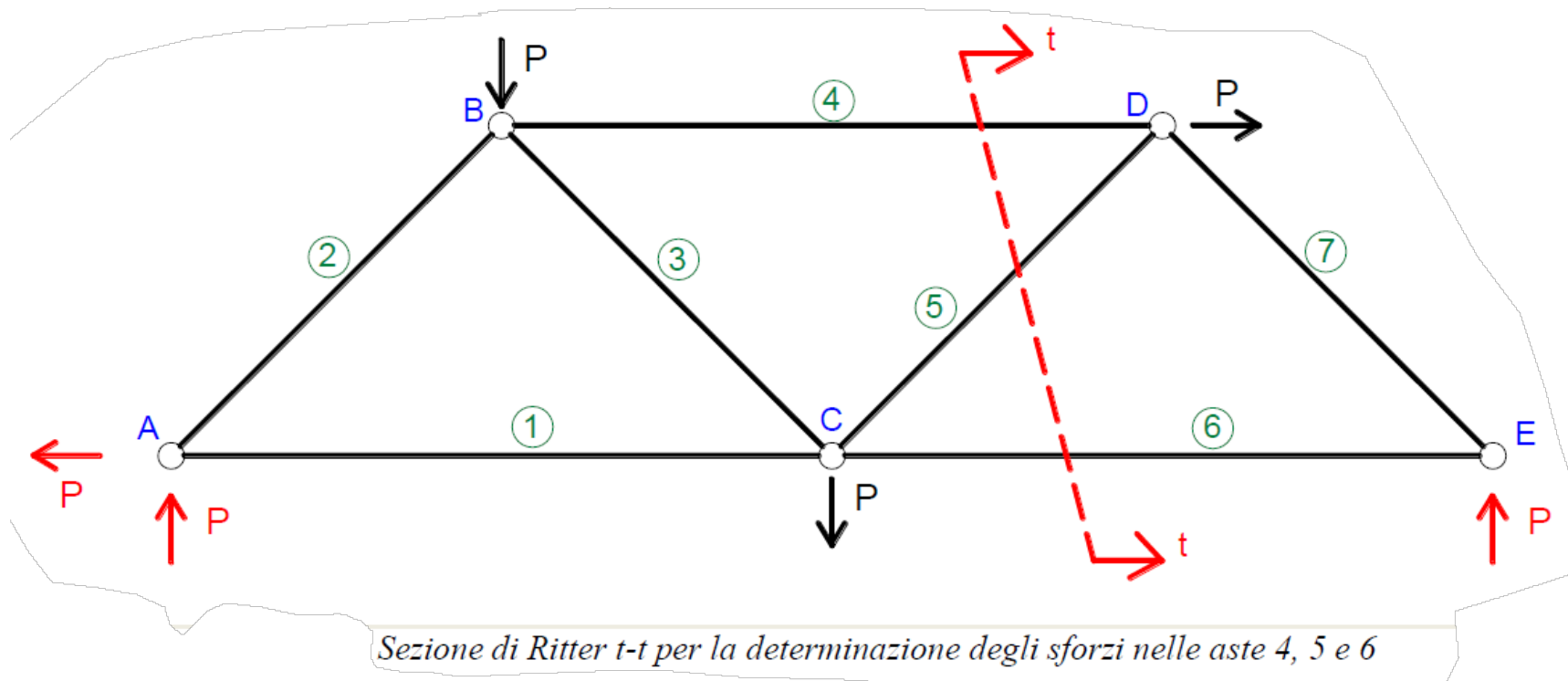


La condizione di equilibrio alla rotazione attorno a C fornisce infine lo sforzo N_4 ; si ha:

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow -PL + P\frac{L}{2} - N_4\frac{L}{2} = 0 \Rightarrow \boxed{N_4 = -P}$$

Sezione di Ritter t-t atta alla determinazione degli sforzi nelle aste 4, 5 e 6.

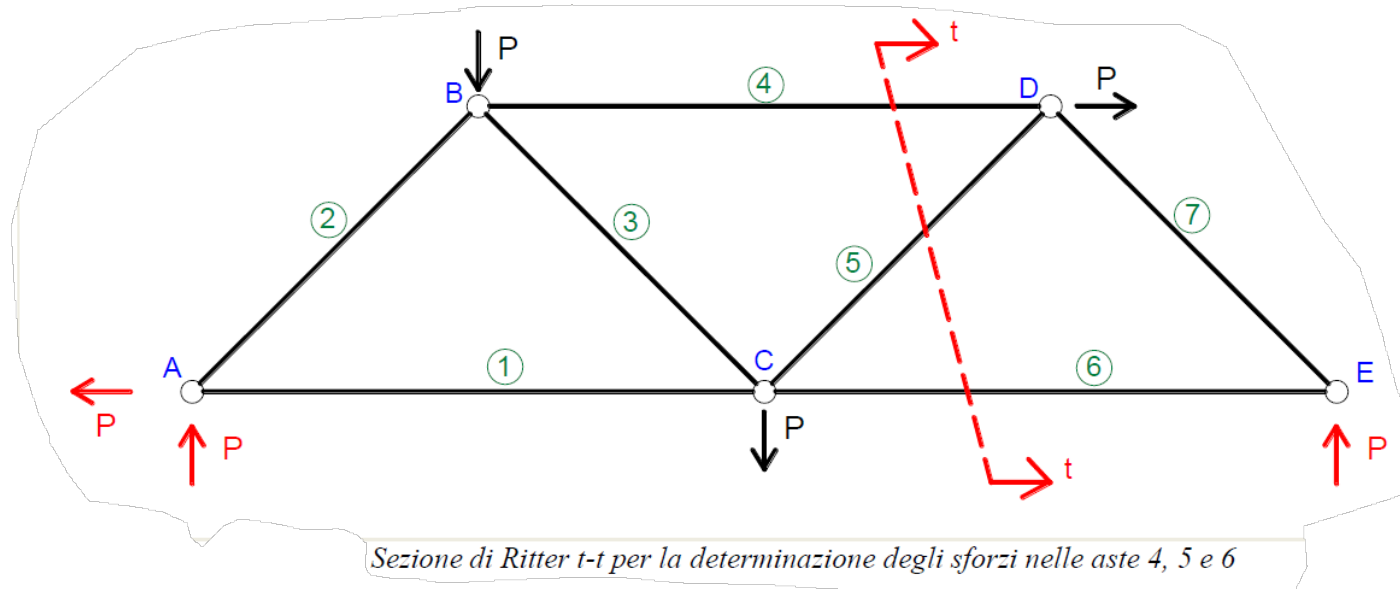




La condizione di equilibrio alla rotazione attorno a D fornisce lo sforzo N_6 sull'asta 6; si ha:

$$\sum M_D = 0 \Rightarrow P \frac{L}{2} - N_6 \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow \boxed{N_6 = P}$$

L'asta 6 è dunque un tirante.



La condizione di equilibrio alla rotazione attorno al polo di Ritter dell'asta 5 si traduce in una condizione di equilibrio alla traslazione in direzione verticale che fornisce lo sforzo N_5 sull'asta 5; si ha:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow P - N_5 \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow \boxed{N_5 = P \frac{2}{\sqrt{2}} = P\sqrt{2}}$$

L'asta 5 è quindi sottoposta a trazione (tirante).

La condizione di equilibrio alla rotazione attorno a C fornisce infine lo sforzo N_4 ; tale condizione non viene scritta in quanto lo sforzo N_4 è già stato precedentemente valutato per mezzo della sezione di Ritter s-s.

